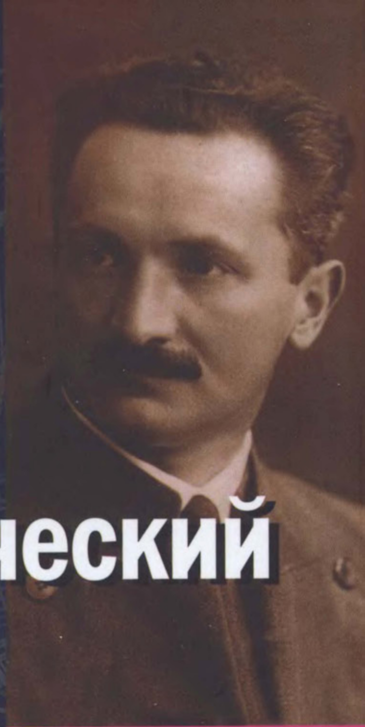
Л. Г. Антипенко



Математический универсум Хайдеггера

издательство
КАНОН-ПЛЮС

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
ИНСТИТУТ ФИЛОСОФИИ

Антипенко Л.Г.

Математический универсум Хайдеггера

МОСКВА
КАНОН+
2015

УДК 1/14
ББК 87.2
А72

Монография подготовлена в порядке работы
над грантом РГНФ № 14-03-00452:
Проблема онтологии в современном физическом познании

Антипенко Л.Г.

А72 Математический универсум Хайдеггера / Л.Г. Антипенко. — М.: «Канон+» РООИ «Реабилитация», 2015. — 192 с.

ISBN 978-5-88373-460-0

Монография тематически связана с книгой автора «Проблема физической реальности», опубликованной в 1973 году. Но содержание представленных в ней философско-методических изысканий намного глубже и полнее того, что было постигнуто и изложено автором сорок с лишним лет тому назад. Здесь рассматривается вопрос о природе физического вакуума, анализируется методика полного решения квантово-релятивистского уравнения Дирака, показывается, какую форму выражения приобретают соотношения неопределённостей Гейзенберга на языке релятивистской квантовой физики. Философско-идейная установка исследования соотносится с фундаментальной онтологией Хайдеггера.

Автор надеется, что книга найдёт своих читателей как среди профессиональных физиков и математиков, так и среди студентов и аспирантов тех высших учебных заведений, которые связаны с системой философского и естественнонаучного образования.

УДК 1/14
ББК 87.2

ISBN 978-5-88373-460-0

Введение

Со времени жития и философского творчества Платона и Аристотеля метафизическая, а затем и научная мысль вобрала в себя привычку оперировать двумя категориями: *реальным* (материальным) и *идеальным*. Их сопоставляют между собой или противопоставляют друг другу. При этом в зависимости от того, чему отдаётся приоритет первенства или фундаментальности, различаются три возможные ситуации, если выразить их с использованием марксистской терминологии:

1) реальное (материальное) первично, идеальное вторично, или, другими словами материя первична, сознание вторично при условии, что идеальное сводится к (общественному) сознанию;

2) идеальное первично, и если существует реальное в виде человека и природы, то это реальное либо порождается идеальным, либо существует вместе с ним в качестве некоторого «отголоска», искажённого свечения идеального;

3) идеальное и реальное сосуществуют, т.е. существуют как два неразрывных и равноправных начала.

Первую по порядку ситуацию нет особой нужды комментировать. Разве что стоит отметить, что она тесно связана с *экономизмом*, когда в социальной жизни людей на первое место ставится материально-экономический базис, а к нему прикрепляют идеальную надстройку, т.е. правовые, политические, религиозные и т.п. идеи. Вторая ситуация выглядит сложнее. Идеализм Платона, в центре которого находится *притча о пещере*, был значительно усовершенствован Гегелем посредством обогащения его *идеей развития*. Как мы знаем, мир вечных, неизменных идей, или эйдосов, Платона Гегель заменил абсолютным мировым духом, склонным к саморазвитию. В процессе саморазвития мировой дух, по Гегелю, доходит до той стадии, на которой он использует операцию самоотчуждения, или опредмечивания. Результат опредмечивания – природа и человек. На верхней точке своего развития мировой дух снимает отчуждение, распредмечивается и возвращается к себе, довольный обогащением, полученным им в процессе развития. Тут, на конечной стадии, его и распознаёт Гегель. В контексте нашего исследования важно отметить, что Гегель использует понятие развития в двух вариантах: развитие *вне* времени и развитие *во* времени. Он, естественно, не мог игнорировать процесс развития в реальном времени, ибо в качестве образца такого развития рассматривал реальную историю человеческого общества.

В марксистской философии Гегель, по словам Маркса, был поставлен с «головы на ноги». Идеальное в этом варианте западной метафизики появляется вместе с человеком в процессе трудовой деятельности. Трудовая деятельность носит предметный характер. Животное (обезьяна), изготавливая орудия труда как предметы производства, *опредмечивает* самое себя, превращаясь тем самым в человека. К этому добавляется ещё требование, чтобы трудовая деятельность гоминидов была коллективной, иначе говоря, *общ*ественной, или социальной. Интерпретируя диалектику Гегеля в материалистическом смысле, марксисты, однако, натолкнулись на одну трудность, которую они, кажется, так и не смогли преодолеть. Они не смогли подобрать аналога гегелевскому понятию распредмечивания. Гегелевскую операцию отчуждения они истолковали как отчуждение от рабочего предметов его труда, когда изготовленные им вещи становятся к нему в чуждое, враждебное отношение. С падением капитализма эта враждебность мира изготовленных вещей должна, по их мнению, исчезнуть в порядке «снятия» отчуждения. Но вопрос о том, что значит распредмечивание человека, остался без ответа, хотя этой терминологией многие из них пользовались.

Наиболее видным представителем третьей ситуации был Ф.В.Й. Шеллинг (1775–1854). Шеллинг сформулировал философский принцип абсолютного тождества (единства) идеального и реального, духа и природы. В работе «Идеи философии природы как введение в изучение этой науки» он задавался следующим вопросом: что это за тайные узы, которые связывают наш дух с природой и позволяют познавать её закономерности? Может быть, есть какой-то скрытый орган, позволяющий природе разговаривать с нашим духом или нашему духу с природой? Такую связь, указывал он далее, нельзя объяснить с помощью причины и действия. Но ничего не объясняет в этом деле и обращение к понятию так называемой предустановленной гармонии, которую якобы целесообразно установил создатель мира – божественный разум. Если кто-то постулирует или констатирует существование целесообразной природы *вне меня*, говорил Шеллинг, то он ещё не объясняет существования такой природы *во мне*, ибо «если вы допустите, что между ними имеет место предустановленная гармония, то именно это ведь и является предметом нашего вопроса» [1, с. 127]. А вопрос должен ставиться так, чтобы был ясен и способ его решения: «Природа должна быть видимым духом, а дух – невидимой природой. Следовательно, *здесь*, в абсолютном тождестве духа *в* нас и природы *вне* нас, с необходимостью должна решаться проблема, как возможна природа вне нас» [1, с. 128]. Как будет показано чуть ниже, понятием абсолютного тождества духа и природы выражается идея дополнительности, известная в современной квантовой физике как идея (принцип) дополнительности Н. Бора. Только под таким углом зрения становится понятным следующее утверждение Шеллинга: «Мы же хотим не того, чтобы природа *случайно* (например, при опосредовании чем-то *третьим*) встречалась с законами нашего духа, но чтобы *она сама* необходимо и изначально не только *выра-*

жала, но и *реализовывала* закон нашего духа, чтобы она лишь постольку была и называлась природой, поскольку она это осуществляет» [1, с. 127–128].

Идею дополнительности Шеллинг использует и для правильного понимания взаимоотношения души и тела. Согласно его представлениям, душа и тело не существуют отдельно друг от друга, потому что они суть противоположные стороны, противоположные атрибуты одного и того же. Философия учит, говорит он, что *Я* в нас, абстрагированное от его действий, есть *ничто;* тем не менее, имеются философы, которые вместе с большим числом людей всё ещё полагают, что душа является некоей вещью – они сами не знают, какого рода, – которая могла бы *быть*, даже если бы она ни ощущала, ни мыслила, ни желала, ни действовала. «Выражают они это следующим образом. Душа есть нечто существующее *само по себе.* То, что она мыслит, желает, действует, – *случайно* и не составляет её *сущности*, а лишь внесено в неё; и если кто-нибудь спрашивает, почему она мыслит, желает и действует, то ему говорят, что так уж есть и что, пожалуй, могло бы быть и иначе» [1, с. 304].

Далее мы узнаём, что идея дополнительности позволила Шеллингу сформулировать принцип корпускулярно-волнового дуализма применительно к изучению световых явлений. Об этом он писал так: «Если я утверждаю материальность света, то я не исключаю противоположного взгляда, а именно свет представляет собой феномен колеблющейся среды. <…> Насколько мне известно, и сторонники Эйлера признают, что каждая из этих теорий имеет свои трудности, которые устранят противоположные. Может быть, лучше, чем противопоставлять эти взгляды, рассматривать их как взаимные дополнения с тем, чтобы объединить их сильные стороны в *единой* гипотезе» (цит. по [2, с. 45]. Это – конкретный пример, иллюстрирующий боровскую идею дополнительности: contraria sunt complementa (противоположности дополнительны). Но этот конкретный пример есть именно частное выражение идеи дополнительности, представляющей взаимоотношение реального и идеального, природы и духа.

По сложившейся традиции в научном познании место философской категории реального (материального) занимает физика, а место категории идеального – математика. Логично было бы предположить, что физика как учение о природе и математика со своими идеальными объектами находятся в отношении дополнительности. Это – вполне правомерное допущение с точки зрения выше высказанных соображений. Однако оно наталкивается на большое затруднение, когда отношение дополнительности переносится на уровень законов развития физической реальности и законов развития математического универсума. В таком случае приходится искать ответ на следующий нетривиальный вопрос: если эти законы, с двух сторон, дополняют друг друга (конечно, при взаимоисключении), то в чём состоит их общность, что их, в конце концов, объединяет?

Нам представляется, что фундаментальная онтология Хайдеггера позволяет найти ответ на данный вопрос. Фундаментальная онтология признаёт существование сверхчувственного идеального мира Платона, но отрицает статус вечного, неизменного существования (существования sub specie aeternitatis) наполняющих его идей, или эйдосов. В ней признаётся, что и они подвержены изменению, но это изменение не связано с пространственным движением. За их изменение отвечает фактор времени, и только фактор времени. Время наполняет мир Платона историческим содержанием и получает статус *исторического* времени. Под знаком исторического времени мир Платона преображается и получает имя *Бытия* (Sein или позже: Seyn). Временной фактор в Бытии устанавливает такой порядок изменения платоновских сущностей (идей), что одни из них с течением времени скрываются или видоизменяются, другие же, напротив, из скрытого состояния переходят в состояние открытости, непотаённости, алетейи. Хайдеггер поэтому утверждает, что время есть истина Бытия. «Бытие как таковое, – пишет он, – соответственно открывает свою потаённость во времени. Таким образом, время указывает на непотаённость, т.е. истину бытия» [3, с. 33].

Но что такое хайдеггеровское Бытие при более строгом и полном его определении? Это – тот уровень бытийности, который открывается бытийному мышлению и характеризуется термином *онтологиче-*

ское. Онтологическое противостоит (противоположно) *онтическому*, т.е. тому, что относится к уровню сущего. Сущее же, по Хайдеггеру, представляет собой аналог природного, если угодно, физического, но только с тем уточнением, которое делается исходя из установки на бытие человека, которое автор именует *вот-бытием* (Dasein). Сущее, открываясь в онтическом мышлении человека, противостоит Бытию, которое открывается в онтологическом мышлении. Первый вид мышления Хайдеггер называет *точным*, второй – *строгим*. Точное мышление, пишет он, только связывает себя обязанностью считаться с сущим и служит исключительно этому последнему. И разъясняет: «Всякий расчёт сводит исчислимое к расчисленному, чтобы употребить его в последующих счетах. Расчёт не позволяет появиться ничему, кроме исчислимого. Каждая вещь есть лишь то, чем она считается. Всё сочтённое обеспечивает собою продолжение счёта. Последний употребляет в своём поступательном движении числа и сам есть продолжающееся самоистребление. Возникновение расчётов с сущим расценивается как прояснение его бытия. Расчёт заранее требует, чтобы сущее было исчислимым, и потребляет сочтённое для вычисления. Это потребляющее употребление сущего выдаёт истребляющую природу расчёта» [3, с. 39].

Казалось бы, в этих понятиях исчислимого, расчисленного, расчёта и т.п. и заложены начала, или начатки, математики. Но это ошибочное впечатление.

Оно может сложиться, к примеру, у тех, кто, прочитав «Маленькую книжку о большой памяти», отождествил способность демонстранта почти мгновенно перемножать пятизначные числа со способностью к математическому творчеству [4]. Тут стоит вдуматься в смысл выражения «истребляющая природа расчёта». В общем контексте фундаментальной онтологии истребляющая природа расчёта предстаёт как техническое мышление, направленное на техническое производство. На этот счёт даются подробные разъяснения в статье Хайдеггера «Вопрос о технике», к которым мы ещё вернёмся в первой части монографии. Здесь пока достаточно отметить, что Хайдеггер исключает из рассмотрения примелькавшиеся представления о технике, согласно которым она есть инструментальное средство в человеческой деятельности. Вопрос о технике Хайдеггер превращает в вопрос о её о *существе*, или *сущности*, выступающей из потаённости. Такое выведение (сущности) техники из потаённости даёт представление о добывающем производстве. А это – не что иное, как добыча энергии, таящейся в природе. Энергия извлекается, перерабатывается, накапливается, и всё это происходит в рамках установки на дальнейшее поставляющее (добывающее) производство. Извлечение, переработка, накопление, распределение, преобразование, пишет Хайдеггер, суть виды выведения из потаённости. «Это выведение, однако, не просто идёт своим ходом. <...>. Техническое раскрытие потаённого раскрывает перед самим собой свои собственные сложно переплетённые процессы тем, что управляет ими. Управление со своей стороны стремится всесторонне обеспечить само себя. Управление и обеспечение делаются даже главными чертами производящего раскрытия» [3, с. 227].

Такое безмерное накопление и потребление энергии ведёт, по Хайдеггеру, к экологической катастрофе. Вот откуда появляется понятие о *самоистребляющей природе расчёта.* На этом концептуальном фоне математическое творчество предстаёт как выход за пределы наращиваемого употребления сущего. Выход за пределы обозначается, на хайдеггеровском языке, как *трансцендирование.* Под трансцендированием понимается то обстоятельство, что Бытие трансцендентно по отношению к сущему [3, с. 409–410]. С другой стороны, Бытие есть источник языка, источник человеческой речи. Эту мысль автор выражает в терминах «сказ Бытия». «Мысль, пробивающаяся в этом направлении, – пишет он, – не нападает на логику, но тратит себя на достаточное определение *логоса*, т.е. того сказа, в котором даётся слово бытию как *единственно* достойному осмысления» [3, с. 380]. Наконец, в языке, в слове, исходящем из Бытия, обнаруживает себя язык математики. Математическое творчество, стало быть, представляет собою определённый аспект (гераклитовского) логоса, сказываемого через Daseyn. (В «Гераклите» Хайдеггер говорит, что в мыслящем речении Бытие изрекается как логос [5, с. 459] и что человеческая душа имеет свой логос [5, с. 470]). А в «Пармениде» он поясняет, что сказ, или сказание (die Sage), как раскрывающее слово, содержит в себе изначальную отнесённость Бытия к человеку. Поэтому дарованная способность «иметь слово» является сущностной отличительной особенностью человечества, которое исторически сложилось как эллинство [6, с. 171]. Дарованная способность «иметь слово», проявившаяся в эллинстве, и положила начало математическому творчеству в той форме, которая известна под названием *платонизма.*

Придание платонизму временного характера приводит к выводу, что время может возвращать скрытые под пластами прошлого идеи, выводя их из потаённого в не-потаённое. Вообще, настоящее, согласно Хайдеггеру, возникает из переклички истока и цели, стало быть, из переклички прошлого и будущего [3, с. 279]. В этой перекличке мы угадываем нечто подобное тому, что называют интерференцией двух волновых процессов, только речь идёт о двух гештальтах времени, далеко отставленных друг от друга. Когда такие гештальты соотносятся с математическими идеями, мы получаем возможность судить о них (о гештальтах) по всем канонам фундаментально-онтологической строгости. С другой стороны, интерференция математических идей позволяет установить закономерный порядок в развитии математики. Вот этот закономерный порядок мы уже сможем – это входит в нашу задачу – сравнивать, сопоставлять с законами развития физической реальности и делать соответствующие выводы. В качестве образца интерференции двух математических гештальтов будет представлена геометрия Евклида и (Воображаемая) геометрия Лобачевского.

Фундаментальная онтология Хайдеггера грешит одним серьёзным недостатком, который мы будем восполнять по ходу изложения обрабатываемого материала. Во всех случаях, когда Хайдеггер характеризует сущее, употребляя такие термины, как *расчёт*, *исчислимость* [3, с. 39], «рассчитываемая система сил и воздействий» [3, с. 233], «наперёд вычисляемость» [9, с. 202] и т.п., он неявно апеллирует к той фундаментальной физической величине, которая называется *действием* и имеет размерность $[S]$ = эрг·с. Как известно, все процессы движения и развития, изучаемые в классической физике, сводятся к изменению данной величины (с использованием принципа наименьшего действия). Под этим углом зрения трактуется понятие пространства-времени, в таком же контексте использует его и Хайдеггер. По сути дела, сущее ассоциируется у него именно с таким представлением о пространстве-времени. Поэтому его Бытие, с присущим ему историческим временем, отделяется от пространства-времени и противопоставляется ему *непосредственно* во всех тех случаях, где отсутствует вот-бытие (Dasein) человека. В таком смысле следует понимать следующее, принадлежащее Хайдеггеру, высказывание: «Попытка в “Бытии и времени” §70 возводить пространственность человеческого присутствия (Dasein. – *Л. А.*) к временности не может быть удержана» [3, с. 405].

Хайдеггер не заметил (как будет видно в особенности из дальнейшего изложения материала), что, помимо исчисляемого в пространственно-временном разрезе сущего, квантовая физика открывает факт существования физического вакуума как ступень, лежащую на пути подъёма от сущего к (идеальному) Бытию. Этот факт обусловлен квантовым свойством величины действия, существованием его минимального кванта, количественно равного постоянной Планка h.

В соответствии с поставленной задачей исследования монография подразделяется на три части:

«*Часть первая*. Математический универсум в свете фундаментальной онтологии Хайдеггера»;

«*Часть вторая*. Хайдеггеровский вклад в решение проблемы физической реальности»;

«*Часть третья*. Фундаментально-онтологический подход к достижению синтеза математического универсума и физической реальности».

В первой части приводятся аргументы в пользу того, что математика не есть просто язык, который изобретается по случаю и которым просто удобно пользоваться для описания того или иного фрагмента действительности. При этом не подвергается сомнению то обстоятельство, что математика имеет инструментально-лингвистическое значение. Просто показывается, что математические структуры обладают *экзистенциальным* смыслом, который раскрывается в фундаментальной онтологии Хайдеггера. Имеется в виду их способность развиваться во времени, переходить из скрытой формы существования (потаённости) в открытую форму – в непотаённое. В этих особенностях математических структур мы видим ключ к разгадке того, что Е. Вигнер назвал «непостижимой эффективностью математики».

Вторая часть посвящена решению проблемы физической реальности, проблемы, сводящейся к вопросу о полноте (или неполноте) физического *бытия* вещей, рассматриваемого под углом зрения квантовой теории физики. Ближе всего к этому вопросу примыкает содержание второго параграфа «Фундаментально-онтологическое основание двуединой природы физической реальности», где отмечается, что при изучении физических явлений на квантовом уровне мы должны учитывать два аспекта: аспект физический в смысле классического понимания науки физики и аспект экстрафизический, открываемый в свете фундаментальной онтологии Хайдеггера.

Третья часть посвящена изучению вопроса о том, в какой мере может быть полезной концепция двуединой природы физической реальности при разработке, на современном уровне, космологической теории. Вводятся в рассмотрение принцип единства микрокосма и макрокосма и принцип диссимметрии Кюри.

ЧАСТЬ ПЕРВАЯ

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ УНИВЕРСУМ В СВЕТЕ ФУНДАМЕНТАЛЬНОЙ ОНТОЛОГИИ ХАЙДЕГГЕРА

§1. Фундаментальная онтология Хайдеггера: вопрос о технике и техническом мышлении

В конкретном содержании поставленного самим Хайдеггером вопроса о технике отражаются в краткой форме все наиболее существенные моменты фундаментальной онтологии. Поэтому целесообразно будет его здесь кратко изложить, чтобы познакомить читателя с основными положениями фундаментальной онтологии и со спецификой технического мышления, с позиции которого проще будет судить о мышлении математическом.

В статье «Вопрос о технике» [3, с. 221–238] Хайдеггер соотносит его с бытием человека, с исторической судьбой людей. Бросается в глаза особая, оригинальная специфика постановки проблемы. В глазах читателя, не знакомого или мало знакомого с хайдеггеровской философией, заявление автора о том, что сущность или существо техники выражается посторонним термином *постав* (Gestel), приобретает какой-то иррациональный оттенок. Поэтому целесообразно здесь будет сделать несколько предварительных пояснений для тех, кто принимает на веру заявления отдельных представителей философского сообщества о том, что хайдеггеровская фундаментальная онтология в целом имеет иррациональный или антинаучный характер.

Дело в том, что Хайдеггер, помимо того способа мышления, который выставляет требование мыслить (технически) *правильно*, указывает на другой мыслительный способ, на тот, в котором ставится задача мыслить *истинно*. Сопоставляя между собой *правильность* и *истинность*, автор в связи с этим указывает, что в рамках его фундаментальной онтологии термин «сущность» (Wesen) имеет (приобретает) соответственно двойной смысл. Тот смысл, который ставится в один ряд с истинностью, в переводе на русский язык выражается термином *существо*. Хайдеггер разъясняет, в чём состоит различие между «сущностью» и «существом». Обычно, пишет он, «сущностью» называется то, что́ есть вещь. Например, то, что присуще всем видам деревьев (дубу, буку, берёзе, сосне) есть одна и та же древесность. Под неё как под общий род, «универсальное», подпадают все действительные и возможные деревья. Но существо техники, которое в фундаментальной онтологии соотносится с термином *постав*, выставляет себя как нечто принципиально иное. Если бы было верно, что постав имеет смысл общего рода всего технического, тогда паровую турбину, радиопередатчик, циклотрон и пр. мы отнесли бы к поставу. «Однако слово “поставЭ, – указывает автор, – означает у нас не прибор, и не какое бы то ни было устройство. Тем более под ним не подразумевается обобщённое понятие подобных устройств. Машины и аппараты – так же не образчики и не виды постава, как оператор у пульта управления или инженер в конструкторском бюро. Всё это – каждый раз по-своему – принадлежит поставу как составная часть, как состоящее-в-наличии, как поставленный на производственное место работник; однако постав есть существо техники никак не в смысле родового понятия» [3, с. 234–235] .

Постав относится к тому, что Хайдеггер называет *экзистенциалами. Экзистенциальное* противопоставляется у него *категориальному*. Слово «категория» в его нынешнем употреблении, говорит он, означает класс или группу, куда попадают определённые вещи. А постав входит в область аналитики вот-бытия (Dasein) и поэтому требует понимания того, что значит экзистенция вот-бытия, или, иначе говоря, что значит, что человек экзистирует как Dasein. В *Бытии и времени* [8], отмечает автор, была сделана попытка выявить специфически бытийные характеристики Dasein qua Dasein в сравнении с бытийными характеристиками того, что несоразмерно Dasein, например природы, и потому эти специфические характеристики были названы *экзистенциалами*. «Если говорить более формально, то Dasein-аналитика как экзистенциальная аналитика Dasein является некоторого рода онтологией. Поскольку это онтология, которая подготавливает фундаментальный вопрос о бытии как бытии, то это фундаментальная онтология. Из этого ещё раз становится ясным, сколь превратно толкование тех, кто понимает Бытие и время как некоторую антропологию» [9, с. 184]. (Далее термин «бытие» как термин, обозначающий бытие в хайдеггеровском смысле, в смысле Seyn, мы будем продолжать писать с большой буквы.)

Читая «Вопрос о технике», нетрудно убедиться в том, что он, как уже было сказано выше, затрагивает все основные положения фундаментальной онтологии. Поэтому чтобы донести до читателя всю глубину и неординарность хайдеггеровского сказа о технике, полезно будет воспользоваться теми разъяснениями этих положений, которые даёт сам автор. Вопрос о технике есть, с одной стороны, вопрос об отношении сущего к Бытию (Seyn), с другой стороны, вопрос об отношении к Бытию вот-бытия (Dasein). Хайдеггер разъясняет, почему в *Бытии и времени* речь идёт именно о Dasein, а не просто о *человеческом бытии* в том смысле, как его принято понимать в Западной метафизике. «Причина в том, – указывает он, – что в *Бытии и времени* всё определяет вопрос о бытии, то есть вопрос о том, насколько бытие (присутствие) обладает открываемостью во времени» [9, с. 182]. Вот эта открываемость во времени, непотаённость, представляет собой *истину* в отличие от *правильности*. Постав в этом свете есть тоже то самое, что открывается во времени. (Хайдеггер утверждает: «Существо современной техники таится в поставе. Последний повинуется миссии раскрытия потаённости. Эти фразы говорят нечто другое, чем часто слышимые речи о технике как судьбе нашей эпохи, где судьба означает неизбежность неотвратимого хода вещей» [3, с. 232].) Только время рассматривается не на онтическом уровне (на уровне сущего), а на онтологическом уровне, на уровне Бытия (Seyn).

Такое время Хайдеггер и называет *историческим* (в отличие от времени механически-нивелированного, с которым имеют дело на уровне сущего). Механически-нивелированное время, заметим попутно, есть как раз время технического оснащения. Но у нас-то речь пока идёт о времени, соотносимом с Бытием. И тут надо понять следующий важнейший аспект хайдеггеровской фундаментальной онтологии. До Хайдеггера были попытки построить идеальный мир бытия, возвышающийся над сущим. Типичный образчик, от которого отправляется Хайдеггер, – идеальный мир идей, или эйдосов, Платона. Но эти, по первоначальному замыслу Платона, вечные, неизменные сущности начинают у Хайдеггера жить во времени, подчиняться *непосредственно* времени. Он разъясняет: «Время, которое должно определяться исходя из вопроса о бытии, нельзя понять с помощью того традиционного понятия о времени, которое было основополагающе развёрнуто Аристотелем в четвёртой книге *Физики*. В философии, начиная с Аристотеля, время понималось исходя из бытия в смысле присутствия "теперь" (Anwesenheit des Jetzt), а не бытие понималось исходя из времени» [9, с. 182].

Традиционная картина мира была весьма сомнительной, хотя этого и не замечали. Сомнительной в том смысле, что бытию придавалось значение присутствия, но присутствие соотносилось с постоянно исчезающим «теперь». Согласно привычному пониманию бытия, замечает Хайдеггер, таковое мыслится как присутствие (Anwesenheit). Стало быть, присутствующее означает то же самое, что и настоящее (gegenwärtig). Но настоящее во времени – это всегда только «сейчас». С точки зрения присутствия в настоящем, развивает он свою мысль дальше, «только что» и «сразу» – это «больше *не*» и «ещё *не*». В таком случае возникает вопрос: у прошлого и будущего есть бытие или оно (пустое) «ничто»? Прошлое и будущее, отвечает он на данный вопрос, только тогда равноценно «ничто», когда бытие, экзистирование, ограничивают присутствием в качестве настоящего. С другой стороны, если, скажем, я вступаю (tappe) в «ничто», могу ли я с привычным пониманием бытия как присутствия постичь бытие времени? Нет, заявляет Хайдеггер. Бытие как присутствие (настоящее) определяется временем и временем даруется [9, с. 71]. А Бытие вообще соотносится со всеми тремя измерениями (исторического) времени [3, с. 400], правда, с одной оговоркой: если речь идёт о модусе прошлого, то в нём надо различать два рода событий, одни из которых Хайдеггер называет *прошедшими*, другие – *бывшими*. Относительно бывших событий нельзя сказать, что они канули в лету. «Здесь, – пишет Хайдеггер, – обнаруживается разница между прошедшим (Vergangen) и бывшим (Gewesen). Размышление о бывшем как всё ещё сущностно сбывающемся (das Wesende) и всё ещё определяющем настоящее и будущее – это не просто сохранение. Сохранение – это слишком примитивно <...>. Настоящее разбирается с бывшим относительно будущего» [9, с. 299]. Разбор настоящего с будущим означает, что бывшие события перебрасываются в будущее и тем самым определяют специфику настоящего. Такой ход мысли немецкого философа можно понять только при условии, что мы понимаем, что собою представляет вот-бытие (Dasein) как экзистенция человека. Тут в рассмотрение вводятся термины *каузальность* и *мотивация*. Каузальность как идея относится к обозначению бытийной структуры природы. «Мотивация касается экзистенции человека в мире как действующего претерпевающего существа» [9, с. 56]. Сравнивая каузальность с мотивацией, Хайдеггер замечает, что мотив является побудительной причиной человеческих поступков, каузальность же представляет собой побудительную причину последовательностей в природных процессах. В природных процессах – значит в сущем. В обоих случаях побудительные причины связаны с временем, но если во втором случае побудительная причина располагается во времени позади следствия, то в первом случае всё обстоит иначе. Выход за рамки причинности приводит к тому, что человека приходится рассматривать не просто как одно из проявлений сущего. Человек, по мысли Хайдеггера, стоит в просвете Бытия, что и отражено в концепции Dasein. Стояние-в-открытости (des) Dasein, утверждает он, есть выстаивание (Ausstehen) просвета. «Просвет и Dasein с самого начала вместе, они принадлежат друг другу. Единство, определяющее это “вместе”, – событие (Ereignis)» [9, с. 56].

Событие (Ereignis), насколько я смог постичь хайдеггеровскую фундаментальную онтологию, имеет у него двоякий смысл. Во-первых, это – со-бытие (совместное бытие) человека с Бытием, так как речь здесь идёт о просвете *Бытия*. Во-вторых, событие есть экзистенциальное событие в исторической судьбе человечества в том отношении, что пришло время открыть человечеству глаза на особую тенденцию в его развитии, характеризующуюся забвением Бытия. С этой тенденцией как раз и связано судьбоносное значение технического прогресса.

Развёртывание сюжета в «Вопросе о технике», скажем ещё раз, начинается с утверждений о том, техника – не то же, что сущность техники. Точно так же и сущность техники не есть что-то техническое. Отвергаются такие прежние суждения о технике, как: «техника есть некоторое средство для достижения поставленных целей» и «техника есть известного рода человеческая деятельность». Сущность техники обнаруживает себя в раскрытии потаённого. После всего вышесказанного нет необходимости добавлять, что такое раскрытие происходит во времени, за него отвечает время. Специфика же выведения техники из потаённости состоит в том, что оно носит «характер предоставления в смысле добывающего производства». Добывающее производство есть не что иное, как добыча энергии: таящаяся в природе энергия извлекается, извлечённое перерабатывается, переработанное накапливается. При этом используется установка на дальнейшее поставляющее производство. Всё, что таким образом поставлено, автор называет «состоянием-в-наличии». А состояние в наличии, говорится в «Вопросе о технике», уже не противостоит нам как предмет в его объективной реальности [3, с. 370]. За этим столь странным, с виду утверждением, скрывается то обстоятельство, что человек сам есть результат раскрытия потаённого. «Когда бы человек ни раскрывал свой взор и слух, своё сердце, – пишет Хайдеггер, – как бы ни отдавался мысли и порыву, искусству и труду, мольбе и благодарности, он всегда с самого начала видит себя вошедшим в круг непотаённого, чья непотаённость уже осуществилась, коль скоро вызвала человека на соразмерные ему способы открытия» [3, с. 227].

Здесь не должно ввести в заблуждение выражение «соразмерные человеку способы открытия». Сущность техники, называемая поставом, есть, в отличие от человека, то раскрытие, в ходе которого природа предстаёт как *рассчитываемая* система сил и воздействий. Этот технически правильный расчёт представляет собой опасность в том смысле, что из-за его успешности среди *правильного* ускользает *истинное.* Вот как автор описывает эту опасность, перед которой мы и стоим вместе с современной техникой: «Каким бы образом ни правила миссия раскрытия потаённого, непотаённость, в которой так или иначе являет себя всё существующее, таит в себе ту угрозу, что человек проглядит непотаённое и перетолкует его. Так там, где всё присутствующее предстаёт в свете причинно-следственных взаимодействий, даже Бог может утратить для представления всё святое и высокое, всё таинственное своего далека. В свете причинности Бог может скатиться до роли причины, до causa efficiens. Тогда он даже внутри богословия станет Богом философов – тех, которые определяют всякую открытость и потаённость исходя из действующей причины, иногда при этом не задумываясь о сущностном источнике самой причинности» [3, с. 233]. Сам постав – тот захватывающий вызов, который сосредоточивает человека на поставлении всего, что выходит из потаённости в качестве состощего-в-наличии – не является ничем техническим. Власть постава отвечает судьбе исторического бытия. Опасность его состоит в том, что человек втягивается в исследование и разработку тех вещей, которые оцениваются в своём раскрытии посредством его (постава) меры. Тем самым закрывается другая возможность – возможность того, что человек будет глубже вникать в сущность непотаённого вообще и в сущность своей собственной непотаённости в особенности. Но если постав есть судьба исторического бытия человека, то эта судьба – не то же, что принудительный рок. «Ибо человек впервые только и делается свободным, когда прислушивается к миссии, посылающей его в историческое бытие, приходя так к послушанию – но не к безвольной послушности» [3, с. 232].

В тексте статьи «Вопрос о технике» звучат две ноты: пессимистическая и оптимистическая. Пессимизм звучит в двух следующих фразах: «Господство постава грозит той опасностью, что человек окажется уже не в состоянии вернуться к более исходному раскрытию потаённого и услышать голос более ранней истины» и «Так с господством постава приходит крайняя опасность». Оптимизм озвучен стихом, принадлежащим немецкому поэту Гёльдерлину: «Но где опасность, там вырастает и спасительное».

Статья «Вопрос о технике» впервые была опубликована Хайдеггером в 1954 году. Позднее его оптимизм по отношению к спасительному не возрос, а скорее, заметно поубавился. Во время проведения Цолликоновских семинаров он ввёл понятие субъекта постава. Таковым предстаёт *индустриальное общество* [9, с. 372]. Ущербный характер индустриального общества состоит, по Хайдеггеру, прежде всего в том, что оно со своей наукой, т.е. наукой Нового времени, превращает человека в машину. Ведь если представить, отмечал он на одном из Цолликоновских семинаров, что таковой должна быть наука о человеке, то в таком случае она должна следовать принципу приоритета метода – в смысле проектирования напёрёд-вычисляемости. «Неизбежным результатом этой науки было бы техническое конструирование человека-машины. Множество признаков указывают на то, что такого рода научное исследование и производство человека уже действительно запущены под давлением “победы *метода* над наукой”, о которой мы говорили, и с фанатизмом безоговорочной воли к прогрессу ради прогресса» [9, с. 202].

Ущербный характер индустриального общества заключается, вдобавок к вышесказанному, в том, что оно омертвляет Земную природу. 23 сентября 1966 года Хайдеггер дал интервью немецкому журналу «Шпигель». По его завещанию оно было опубликовано после смерти автора в 1976 году. На вопрос сотрудников журнала о том, что ещё нам надо, когда и так всё хорошо работает (имеется в виду: работает на благо людей), автор ответил: «Жутко как раз то, что всё работает и эта работа ведёт к тому, что всё ещё больше начинает работать и что техника отрывает человека от земли и лишает его корней. Я не знаю, испугались ли Вы, – я, во всяком случае, испугался, когда недавно смотрел фотоснимки Земли, сделанные с Луны. Нам даже не нужно атомной бомбы, искоренение человека налицо. У нас теперь сохранились лишь чисто технические отношения. То, где человек живёт теперь, – это уже не Земля».

Высоко оценивая (по-другому нельзя!) предложенное Хайдеггером освещение вопроса о технике и техническом прогрессе, нельзя не сказать о том, что он впервые разрешил непостижимый до него парадокс, который можно было бы условно назвать «исходом разума из физики». Большое внимание этому парадоксу уделил в своё время Э. Шредингер в своей книге «Разум и материя» [10]. Парадокс, как его конкретно формулирует Шредингер, возникает в результате сопоставления двух, взятых из физики, общих фактов, один из которых свидетельствует о том, что всё научное знание основано на чувственных восприятиях, а другой говорит о том, что, тем не менее, у полученных таким образом научных представлений о естественных процессах отсутствуют все чувственные качества и потому научные представления не могут отражать их [10, с. 95].

Шредингер попытался разрешить данный парадокс в такой формулировке: «Разум построил объективный окружающий мир философа-натуралиста из своего собственного материала (т.е. из материала ощущений, восприятий, представлений. – *Л. А.*). Разум не мог справиться с этой гигантской задачей, не воспользовавшись упрощающим приёмом, заключающимся в исключении себя – отзыве с момента концептуального создания. Поэтому последний не содержит своего создателя»[10 , с. 43–44]. Хайдеггер ответил бы на размышления Шредингера так, что исключение разума из физической картины мира объясняется вовсе не тем, что разум должен был воспользоваться упрощающим приёмом (да и кто ему, разуму, показал, как надо упрощать), а тем, что разум человека в своём развитии пошёл по пути забвения Бытия. Человек потерял способность бытийного мышления.

Автор фундаментальной онтологии не ограничивается, однако, такими общими заявлениями. Он показывает, в чём заключается ошибка в научном познании, ведущая к парадоксу исхода разума из физики и как она должна быть исправлена. Теория возникновения «представления» из чувственного восприятия, говорит он, есть чистая мистификация. Возникает она из-за забвения того факта, согласно которому бытие человека (Dasein) есть бытие-в-мире. Бытие-в-мире означает, что он находится в мире не иначе, как со своей телесностью. Поэтому даже фантазирование может быть увидено только как направленное в мир, и происходить оно может только в мире. Ведь фантазирование по поводу золотой горы происходит так, словно она где-то в мире стоит. «И при таком фантазировании есть ведь не только эта изолированная золотая гора. Я воображаю золотую гору не в своём сознании и не внутри мозга, а в мире, в ландшафте, который со своей стороны, опять-таки, связан с миром, в котором я телесно экзистирую» [9, с. 236–237]. Поэтому подход, который берёт начало во внутрипсихическом и исходит из сознания, является *абстрактной бездоказательной конструкцией*. Отношения вещи с окружающим миром не нуждаются, согласно Хайдеггеру, в объяснении, они должны быть увидены. Так, ребёнок при подражании матери ориентируется *на* мать. «Он исполняет бытие-в-мире матери. Он может это делать лишь постольку, поскольку он сам есть бытие-в-мире» [9; 237].

С другой стороны, опыт рождения ребёнка, опыт его бытия-в-мире дополняется опытом отношения к

Бытию, постижением различия между Бытием и сущим. Узнавать на опыте это различие означает узнавать нечто, что не есть сущее. «Фундаментальный опыт этого “не-сушего” – это опыт “ничто”, и опыт этого “не-сущего” дан в отношении к смерти, в смертности, поскольку смерть есть расставание с сущим» [9; 258–259]. В свете аналитики Dasein было бы, далее, неверно трактовать психику и соматику (телесность) как различные формы явления человеческого бытия или как два коммуникативных средства (Medien), в которых транслируется человеческое бытие. Такое различение онтологически неправильно, ибо психика и соматика не суть два вида, относящиеся к одному роду. Поэтому овеществление психики в христианстве, замечает Хайдеггер, превращение её в какую-то душевную субстанцию, оправдывается лишь идеей вечности души, которая должна была быть спасена, в отличие от тела, аккумулирующего в себе зло [9; , с. 277–278].

Не правы те сторонники науки Нового времени, которые обвиняли и до сих пор обвиняют Хайдеггера во враждебности к науке. Когда он констатирует тот факт, что темой физики является безжизненная природа, что современная наука несовместима с подлинной наукой о человеке, он не отвергает науку как таковую. «Все наши рассуждения, – пишет он, – ни в коем случае не должны быть восприняты как враждебные по отношению к науке. Наука, как таковая, никоим образом не отвергается. Лишь её абсолютистское притязание на то, чтобы быть мерой для всех истинных положений, отклоняется как самонадеянное» [9 , с. 169].

Во введении был мною отмечен общий *недостаток*, или недочёт, хайдеггеровской онтологии, выявляемый при обратном взгляде на неё с позиции достижений современной квантовой физики. Поэтому здесь я ограничусь только одним критическим замечанием, касающимся сугубо вопроса о технике и о техническом мышлении. Вернёмся снова к тому, что уже было сказано выше. Выведение техники из потаённости автор связывает с представлением о добывающем производстве. А это – добыча энергии, которая таится в природе. Энергия извлекается, перерабатывается, накапливается, и всё происходит в рамках установки на дальнейшее поставляющее (добывающее) производство. Так то так, да только нельзя упускать из виду, что накопление (аккумуляция) энергии имеет место и в природе, независимо от технического оснащения, что между одним и другим способами накопления имеется существенная разница.

Плохо не то, что технические процессы связаны с переработкой и накоплением энергии, а плохо то, что они ведут к обесценению, энтропизации энергии. В.И. Вернадский, создавший учение о Земной биосфере, показал, что эта сверхбиологическая природная система функционирует как раз так, что в процессе своей эволюции накапливает свободную энергию. «Биосфера, – писал он, – в ходе геологического и исторического времени становится всё активнее» [11, с. 488]. Свободная, или, по терминологии С.А. Подолинского, превратимая, энергия есть такая энергия, которая позволяет превращать её в физическую и психическую работу. Человеческий труд, согласно Подолинскому, есть работа. Но работу совершают не только люди или животные, но и растения. Причём если их работу характеризовать в терминах трудовой деятельности, то её надо будет отнести к созидательному, а не расточительному труду. А среди людей такой труд, писал Подолинский, есть понятие вполне положительное, «заключающееся всегда в потреблении механической или психической работы, имеющей непременным результатом увеличение *превратимой* энергии или сохранение от рассеяния такой энергии, которая при своём потреблении будет иметь последствием увеличение запаса энергии» [12, с. 37]. В другом месте он прямо указывал, что человеческий труд должен быть организован таким образом, чтобы он имел результатом увеличение превратимой энергии на земной поверхности [12, с. 35].

Понятие свободной, или превратимой, энергии относится к термодинамике. Термодинамические процессы, идущие в направлении, противоположном рассеянию энергии, и ведущие, следовательно, к повышению её ценности как пригодности для совершения работы, подразделяются на два вида. Их принято называть *концентрацией* и *аккумуляцией* [13, с. 170]. Примером концентрации энергии служит процесс накопления теплоты, необходимой для работы, скажем, паровой машины. Примером аккумуляции энергии является процесс усвоения солнечного излучения зелёными растениями. Второй случай не имеет отношения к технике, однако он используется на благо и человеку, и природе (Земной биосфере). Следовательно, есть процессы технические и процессы органические. Законы, по которым творит живая природа, не суть технические законы, они не укладываются в рамки технической мысли. А если так, то уместно будет спросить: в каком отношении к техническим и органическим процессам находится математическая мысль? Каков её генезис? Поискам ответов на эти вопросы посвящён следующий параграф.

§2. Фундаментальная онтология Хайдеггера: вопрос о математическом мышлении

У Хайдеггера был выдающийся предшественник, живший и творивший в первой половине XIX века и открывший в философии многое из того, что заново открыл Хайдеггер, быть может, и не догадываясь о его достижениях. Речь идёт о знаменитом российско-польском философе и математике Гоёне Вронском (1776–1853). *Математический энциклопедический словарь* сообщает об этой личности, что он – польский математик и философ-мистик. Был артиллерийским офицером в армии Костюшко, впоследствии служил в штабе А.В. Суворова, с 1797 года в отставке. Его работы по математике, публиковавшиеся с 1811 года, характеризуются чрезвычайной широтой и сложностью. Однако сложность обозначений, которыми он пользовался, склоняющийся к мистицизму стиль затрудняли изучение его произведений. Уже после смерти Вронского, во второй половине XIX века, многие математики, занимаясь разработкой его научного наследия, выявили значительное число методов и научных фактов, которые к тому времени были уже вновь открыты другими учёными [14, с. 679].

В философии математики Гоёне Вронского мы находим, вместо хайдеггеровского понятия технического мышления, понятие рассудка. Над рассудком возвышается математический разум. Всё это обсуждается в контексте разработанного им философского мировоззрения. А философское мировоззрение Вронского формировалось под влиянием основных положений критической философии Канта. Он всецело поддерживал её критический настрой, однако освободил от кантовских ограничений «чистый» разум, как это сделал и Шеллинг, оставивший за своей философией название «трансцендентальная». На шеллинговском этапе развития немецкой классической философии Вронский восстановил познавательную компетентность разума, наделив его, наряду с функцией регулятивной, функцией конститутивной, творческой. Затем на ряде примеров, относящихся к собственным выдающимся открытиям в области математики, показал, как эта конститутивная функция разума проявляет себя на деле.

Величайшая заслуга Канта, полагал Вронский, состоит в том, что он перенёс акцент в философских размышлениях с того, чтó есть, на то, кáк мы познаём, устанавливаем, что нечто есть, существует. Путь от бытия к знанию о бытии пролегает не иначе, как через критическое осмысление познавательной деятельности человека. А это критическое осмысление, во-первых, показывает на гетерогенность (разнородность) бытия и знания, а во-вторых, наталкивает на задачу её преодоления. Преодоление гетерогенности, указывал Вронский, станет торжеством Духа Истины. Дух Истины, заявлял он, не может быть не чем иным, как *абсолютным человеческим разумом* в тот момент, когда он (разум) достигнет в своём прогрессивном развитии стадии освобождения себя от тех физических пут в чувствах и восприятиях, которые его постоянно сковывают. Поэтому «обещанное (в библейских пророчествах. – *Л. А.*) пришествие Святого Духа не может быть в свою очередь не чем другим, как только этим развитием человеческого разума, совершившимся через непрерывный умственный прогресс человечества» [15, с. 15].

Стараясь способствовать формированию абсолютного человеческого разума, Вронский доказывал, что он открыл условия, при которых такое формирование становится возможным. Эти условия опираются на два первоначальных божественных закона: *закон творения*, управляющий действием и развитием свободы, и *закон назначения*, который, будучи истинным законом прогресса, управляет действием и развитием необходимости [15, с. 15–16].

Далее он выяснял, как фактически сочетаются и как должны сочетаться в человеческой деятельности свобода и необходимость, чтобы приводить к благотворным результатам. Ему было понятно, что в текущей социальной действительности всё то, что называют прогрессивным развитием общества, обусловлено автономной деятельностью человека, которая отрывает его от природы. (Сейчас это очевидно почти каждому, а во времена Вронского надо было иметь пророческий дар, чтобы увидеть, что стоит за прогрессом, и возвысить свой голос над прогрессивным гвалтом.) Вронский предупреждал: чтобы свобода воли человека не превратилась в пагубный произвол, ему (человеку) надо ориентироваться на деятельность Творца. В Творце законы творения и назначения сочетаются так, что абсолютная свобода, которой он располагает в своей деятельности, переходит в абсолютную необходимость. Творец располагает абсолютной свободой при выборе целей в своём творчестве, но однажды выбранная цель детерминирует в дальнейшем его деятельность так, чтобы цель была достигнута. Здесь уже действует абсолютная необходимость. Таким образом в деятельности Абсолютного разума происходит идентификация, отождествление свободы и необходимости [16, с. 59–69].

Если человек хочет научиться благим деяниям от Творца, он должен помнить о том, что, поднимаясь по ступеням бесконечного прогресса, надо сочетать этот прогресс с регрессивным движением к тому, что уже сотворено Богом и существует под знаком необходимости [16]. Поскольку человек сотворён Богом (имеется в виду natura naturata), он обязан понимать, что и человеком-то он будет оставаться до тех пор, пока не отступит от Богом данной природной необходимости.

Та познавательная способность людей, которая преодолевает гетерономию творческой деятельности Бога и человека, и есть, по Вронскому, человеческий разум, стремящийся к абсолютному разуму, который в конечном итоге становится тождественным Абсолютному разуму творца. Математическое творчество есть проявление именно так ориентированного человеческого разума. В его деятельности философия или идеология математической дисциплины мысли органически сочетается с самим предметом математики.

Вронский далее показывает, в чём заключаются существенные моменты философии математики, взятой им на вооружение. Всякий творческий человек, отмечал он, понимает, что живёт в условиях *данного* и *заданного.* К заданному, определяемому такими терминами, как «смысл», «духовная цель», «идеал», человек стремится в своей деятельности постольку и до тех пор, пока он остаётся человеком, т.е. проживает свою жизнь не в качестве животного, а в качестве уподобляемой Богу человеческой личности. Математика тоже оперирует категориями данного и заданного. К тому, с чем мы оперируем как с данным, принадлежит, например, обычный счёт 1, 2, 3, ..., n, ... с обычным натуральным рядом чисел. Это – область рассудочной деятельности. А вот, скажем, существование несоизмеримых геометрических отрезков с иррациональными числами или существование трансцендентного числа π, которым выражается отношение идеальной окружности к диаметру, никак не отнесёшь к тому, что нам непосредственно дано. Их бытие не дано, а задано. И Вронский ставит вопрос: как же совершается переход от данного к заданному, понимаемому в *математическом смысле*?

В поисках ответа на него он вводит в рассмотрение концепцию трёх алгорифмов – алгорифма *суммации*, алгорифма *градуации* и алгорифма *воспроизведения,* объединяемых им в единой математической формуле. Формулой Вронского охватывалась практически вся математика, известная в первой трети XIX столетия. Когда математический мемуар автора попал на отзыв к Лагранжу и Лакруа, они с изумлением написали: «Что более всего поразило ваших книгочеев в мемуаре господина Вронского, так это то, что он выводит из своей формулы всё то, что известно в отношении развития функций (так сказать, всю современную математику), и ещё то, что они (функции) суть всего лишь частности общего» [17, с. 153].

Формулу Вронского мы выписывать здесь не станем, а опишем содержащиеся в ней алгорифмы. Алгорифм суммации охватывает собой арифметические операции сложения и вычитания точно так же, как алгорифмом воспроизведения охватываются операции умножения и деления. Однако на особом счету у автора находится алгорифм градуации (возведение чисел в степень и извлечение из них корней). Вронский показывает, что этот алгорифм нельзя свести к обычным операциям умножения и деления. Он, вообще говоря, связан с переходом от конечного к бесконечному. И переход этот автор считает образцом описания на математическом языке перехода, восхождения от рассудка к разуму.

Проиллюстрируем такой переход на одном очень наглядном и специфичном примере, заимствованном нами из книги американского специалиста в области комплексного анализа П.Дж. Нагина. Нагин пишет: «Один из математиков, кто определённо имел нечто от знахаря и кто восхищался мистической видимостью символов в равенствах Эйлера[1], был рождённый в Польше, но ставший французским гражданином, Józef Maria Hoëne-Wronski (1776–1853). Он однажды написал, что число π даётся изумляющим выражением

$$\frac{4\infty}{\sqrt{-1}}\{(1+\sqrt{-1})^{1/\infty}-(1-\sqrt{-1})^{1/\infty}\}. \qquad (1.2.1)$$

Что он мог иметь в виду, написавши такую вещь? В статье о Вронском в Dictionary of Scientific Biography используются такие слова, как “психопат” и “сбившийся с пути” (aberrant), и отмечается, что он имел “беспокойный и обманчивый ум”...» [18]. (В записи выражения (1.2.1) Вронским допущена неточность. Вместо множителя 4 должна стоять двойка. Но это не меняет сути расчёта). Нагин далее поясняет, как можно получить результат, к которому пришёл польский математик, используя стандартные методы вычислений. Для этого надо заменить все символы бесконечности на n, написать выражение $(1\pm i)$ в полярных координатах, т.е. в виде

$$\sqrt{2}e^{\pm i\pi/4},$$

прибегнуть к формулам Эйлера для разложения в ряд комплексных экспонент и, наконец, взять предел при $n\to\infty$.

[1] Речь идёт о равенствах типа $e^{i\pi}+1=0$.

Что же здесь мы видим? Мы видим, что знак бесконечности ∞ символизирует собой предельный переход от конечного к бесконечному или, если говорить несколько точнее, переход от конечно-предельной области действительности в область запредельную. Запредельная область есть область *идеального*, ибо число π представляет собой отношение *идеальной* геометрической окружности к диаметру. Поскольку оно носит название *трансцендентного* числа, оно может служить символом того, что находится за пределами эмпирической реальности, за пределами того, с чем имеет дело рассудок. Стало быть, тут навстречу математическим рассуждениям Вронского, со всей их математической строгостью, выступает Бытие Хайдеггера с его подчинением критерию онтологической строгости.

Сравним теперь идеальный мир Вронского и идеальный мир (Бытие) Хайдеггера. У Вронского приобщение человека к идеальному миру вовсе не означает приобщения к платоновскому миру неизменных идей. Творческая личность приобщается у него к созидательному *процессу*, которым, правда, управляет Творец. По воле Творца, или Бога, идеальные сущности в идеальном мире претерпевают изменения, подчиняясь принципу сочетания свободы и необходимости. Хайдеггер тоже наполняет изменениями идеальный мир, но у него функцию творческого агента выполняет не Бог, а (историческое) время. Это принципиально меняет сложившуюся в западной метафизике картину мироздания. Время открывает и скрывает истину в том смысле, что приводит в бытие и уводит из бытия отдельные события. В идеальном мире роль таких событий выполняют эйдосы. Возвращение в бытие того или иного обновлённого эйдоса равносильно тому, что эйдос претерпевает эволюцию в скрытой форме. Наиболее показательный пример такой скрытой эволюции – это переход от евклидовой к не-евклидовой геометрии, который растянулся более чем на две тысячи лет по календарному отсчёту времени. Подробный разбор этого важнейшего примера и вытекающие выводы из него будут даны в четвёртом параграфе.

Справедливости ради стоит сказать, что в отношении творческого характера времени высказал несколько правдоподобных суждений французский философ А. Бергсон. Особенно это относится к его книге, изданной в первом десятилетии прошлого столетия «Творческая эволюция». Бергсон выступил против понятия механически-нивелированного времени, которое закрепило себя в результате уподобления времени пространственной протяжённости в специальной теории относительности. Ему принадлежит известный знаменательный тезис: «Время – это творчество (invention) или же ничто» [19, с. 294]. Распространил его содержание на всю вселенную, указывая на то, что изменение вселенной во времени «составляет одно целое со всем объёмом творчества, которое может иметь место во вселенной» [19, с. 292]. Бергсон особенно наглядно показал, как время в научном видении и вообще в европейской метафизике обретает характер механической нивелированности. Для этого он использовал удачное сопоставление работы учёного и художника. Как и обыкновенное знание, писал Бергсон, наука смотрит на вещи с точки зрения их *повторения.* Если целое неповторяемо, она старается разложить его на моменты или стороны, которые *приблизительно* были бы воспроизведением прошлого. Она может оперировать только тем, что считается повторяющимся, т.е. исключает, согласно нашей гипотезе, влияние времени [19;.32]. «От неё ускользает то, что есть неповторяющегося и необратимого в последовательных моментах какой-либо истории. Чтобы предсказать себе эту неповторяемость и необратимость, нужно порвать с научными привычками, соответствующими основным требованиям мысли, нужно ослабить разум, пойти наперекор естественной склонности ума. Но именно в этом и состоит роль философии» [19, с. 32].

Далее работу учёного он сравнивает с забавой ребёнка, играющего в кубики и составляющего из них картинки. Освоив эту игру, ребёнок может всё быстрее и быстрее складывать картинки. Поскольку картина уже создана, то можно считать, что скорость её создания мгновенна (время развёрнуто в пространство). Иначе работает творец-художник. Художник создаёт картину, извлекая её из глубины души, и здесь время уже не является простым аксессуаром. Это уже не простой промежуток, который можно удлинять или сокращать, не изменяя его содержания. Время для его труда является составной частью самого труда. «Сократить или расширить это время значит изменить как психологическую эволюцию, заполняющую это время, так и изобретение или творчество художника, составляющее его предел. Таким образом, здесь время изобретения составляет одно целое с самим изобретением. Здесь мы имеем прогресс мышления, изменяющегося по мере того, как оно воплощается. Наконец, мы имеем здесь жизненный процесс, нечто подобное созреванию цели» [19, с. 292–293].

Работая с субстанцией времени, учёный физик доводит его абстракцию до линейного точечного континуума, где каждая точка-мгновение ничем не отличается от всякой другой точки. В специальной теории относительности линейный континуум пространственной протяжённости объединяется с линейным континуумом времени, образуя единую мировую линию – континуум точечных событий. Время и пространство абстрагируются от всех физических явлений, происходящих на этом пространственно-временном фоне.

Бергсон во многом прав, критикуя доведённую почти до абсурда концепцию абстрагированного, «оголённого» времени. Но его попытка заменить эту концепцию концепцией «живого», субстанциального времени оказалась не совсем удачной. Сравнивая её с историческим временем в фундаментальной онтологии Хайдеггера, нельзя не заметить неполноту творческого потенциала того времени, которым оперирует французский философ. Приписывая своему времени творчество жизни, он вместе с тем подменяет его функцией, лишь выполняющей роль противостояния смерти. Весь наш анализ, писал он, показывает нам, что жизнь представляет стремление подняться в том направлении, в котором, так сказать, падает (descend) материя. «Жизнь можно сравнить с усилием для поднятия тяжести. Правда, ей удаётся только задержать падение. Но она, по крайней мере, даёт нам понятие о подъёме тяжести» [19, с. 209–210]. Главный же недостаток бергсоновской концепции времени, если сравнивать её с временным экзистенциалом Хайдеггера, заключается в том, что у Бергсона эклектически смешиваются (не разделяются) сущности эмпирической реальности и сверхчувственного идеального мира, который тоже не обделён временем.

§3. Поиски решения проблемы существования математических объектов в дохайдеггеровский период развития математики

Каков статус существования математических объектов, таких, к примеру, как, скажем, натуральные (конечные целые) числа или числа бесконечные (трансфинитные)? В этом проблемном вопросе кроется вся суть математического творчества. В двадцатом столетии поискам его решения были посвящены три программы обоснования математики, известные под названиями *логицизма*, *формализма* и *интуиционизма*. Каждая из них оказывается в немалой степени поучительной, поучительной в том смысле, что заостряет проблему, но, как нам представляется в свете фундаментальной онтологии Хайдеггера, все они далеки от её удовлетворительного решения. Далее будет сделан краткий обзор этих программ, а вначале обрисуем постановку и генезис проблемы как таковой.

Обратим внимание на формулу Вронского (1.2.1). В ней раскрывается фундаментальная, по Кантору, последовательность чисел, имеющая предел, равный 2π. Но, как нетрудно заметить, этой последовательности с её пределом соответствует последовательность натуральных чисел 1, 2, 3, ..., n, ... Возникает вопрос: что в *этой*, данной таким образом, последовательности соответствует пределу, полученному в фундаментальной последовательности? Существование предела фундаментальной последовательности можно обосновать, исходя из математического анализа. Но что значит что $n \to \infty$ или $n = \infty$? Поиском ответа на этот вопрос специально занимался Кантор. Он дал определение фундаментальной последовательности чисел, т.е. ввёл целый класс таких последовательностей.

Последовательность чисел a_ν называется фундаментальной, если она удовлетворяет условию: при $\nu = \infty$ и произвольном μ

$$\mathrm{Lim}(a_{\nu+\mu} - a_\nu) = 0. \qquad (1.3.1)$$

Фундаментальная последовательность может содержать в качестве своих членов либо числа только рациональные, либо вещественные (как рациональные, так и иррациональные). Если берётся фундаментальная последовательность рациональных чисел, то в том случае, когда её предел не является рациональным числом, он представляет собою число иррациональное. Кантор далее разъясняет: «После всех этих подготовительных рассуждений получается в качестве первой строго доказуемой теоремы, что если b есть число, определяемое фундаментальным рядом

(a_ν), то $b - a_\nu$ становится при растущем ν меньше по абсолютной значению, чем любое мыслимое рациональное число или иначе, что:

предел (a_ν) при $\nu = \infty$ равен b» [20, с. 39–40].

Выписывая предел для фундаментальной последовательности, Кантор, вместо обычного, используемого в математическом анализе выражения $\nu \to \infty$, ставит $\nu = \infty$. Тем самым под символом ∞ он подразумевает бесконечное число. Таким образом, существование предела фундаментальной последовательности как будто обусловливает существование бесконечного числа, рассуждая о котором, можно убедиться в том, что оно должно быть наименьшим в ряду бесконечных чисел, если таковой (ряд) существует. Кантор отождествляет это число с бесконечным порядковым числом ω, которым характеризуется вполне упорядоченный ряд натуральных чисел.

Но Кантор отдаёт себе отчёт в том, что введение в рассмотрение фундаментальных последовательностей проблему существования математических объектов ещё полностью не решает. Ведь главное в этом деле – убедиться в существовании иррациональных чисел. Если существует, говорит он, иррациональное число b, то вовсе нет нужды получать его путём предельного процесса. Скорее, наоборот, «благодаря *обладанию* им можно убедиться общим образом в пригодности и очевидности предельных процессов» [20, с. 40–41]. Очевидно, ставя вопрос о генезисе иррациональных чисел, мы должны были бы обратиться к геометрическим фактам, таким как выявление в геометрии несоизмеримых отрезков. Кантор, однако, видел задачу в том, чтобы найти основание для существования иррациональных и трансфинитных чисел в свойствах чисел натуральных. Поэтому он и заявлял, что иррациональное число является такой же реальностью для нашего духа, «как рациональное и даже как целое рациональное число» [20, с. 40]. Ещё более категоричный характер носит его следующее высказывание: «Трансфинитные числа в известном смысле суть *новые иррациональности*; и действительно, по-моему, лучший метод определить конечные иррациональные числа совершенно подобен, я готов даже сказать, в принципе тот же самый, что и мой, описанный выше метод введения трансфинитных чисел. Можно сказать: трансфинитные числа *стоят* или *падают* вместе с конечными иррациональными числами. По своему внутреннему существу они подобны друг другу, ибо первые, как и последние, суть определённо отграниченные образования или модификации <...> актуально бесконечного» [20, с. 114].

Первое свойство, принадлежащее целым числам и выражаемое посредством бесконечного, или сверхконечного, числа, есть свойство, как уже говорилось выше, порядка расположения чисел в натуральном ряду. Нельзя не заметить, писал Кантор, что со времени Канта среди философов укрепилось мнение, будто *Абсолютное* есть предел *конечного*, между тем как в действительности это можно мыслить лишь как *трансфинитное* и притом, как *минимум всего трансфинитного* (соответствующий *наименьшему* сверхконечному числу, обозначаемому мной через ω» [20, с. 87]. И наконец, возвращаясь к вопросу о пределах фундаментальных последовательностей и их соответствия трансфинитным числам, Кантор лишний раз подтверждает наличие этих соответствий: «Можно даже вообразить себе, –отмечал он, – новосозданное число ω *пределом*, к которому стремятся числа ν, если понимать под этим лишь то, что ω должно быть *первым* целым числом, которое следует за всеми числами ν, т.е. которое можно назвать бóльшим, чем любое из чисел ν» [20, с. 54].

По логике вещей, следуя за Кантором, мы должны разобраться со свойствами целых чисел, чтобы изучить (установить) закономерности, царящие в области трансфинитных чисел. Так мы и сделаем, но предварительно надо будет познакомиться с одним предостережением относительно канторовских достижений в этой области. Это предостережение прозвучало в своё время со стороны Н.Н. Лузина, автора дескриптивной теории множеств. Когда речь идёт о бесконечности, писал Лузин, то только натуральный ряд целых положительных чисел 1, 2, 3, 4, ... даёт совершенно ясное и *положительное* изображение. Понятие несчётной бесконечности является *чисто* отрицательным, не имеющим никакой объективной реальности. Это понятие, вызванное лишь человеческой способностью доказательства «от противного», не соответствует никакой достижимой реальности и меняется от поля к полю. «Если мы будем изменять поле законов, "существования" и "несуществования" математического объекта полностью меняют смысл и могут даже быть переставлены, так же как кронекеровская регулярность в некотором поле» [21, с. 441].

Лузин выразил сомнение в истинности канторовской конструкции *неизменного* порядка в области трансфинитных чисел вообще и в канторовской континуум-гипотезе в особенности. Он ставил задачу пересмотреть поле законов существования математических объектов. В этом плане автор «Лузитании» (царства идеальных математических объектов, представленных по-лузински) обращал внимание на затруднение, которое возникает, когда апеллируют к классу вполне упорядоченных множеств при построении трансфинитных чисел. (Поясним, что речь идёт о трансфинитных числах второго класса, т.е. о последовательности $0, 1{,}2, \ldots, \omega, \omega+1, \ldots, \alpha, \ldots$). Чтобы констатировать, что рассматриваемое вполне упорядоченное множество счётно, необходимо уже иметь представление о трансфинитном числе, соответствующем этому множеству. Но ведь в природе нет конкретных вполне упорядоченных множеств, которые соответствуют трансфинитным числам, превосходящим ω. Любое подобное множество, замечает Лузин, всегда есть вторичный результат активности человеческого ума. «Таким образом, всякое усилие, сделанное для того, чтобы подставить вместо трансфинитного числа вполне упорядоченное *счётное* множество, предполагая его счётность *констатированной*, располагает вещи в порядке, противоположном тому, которому нужно было бы следовать, и является в некотором смысле petitio principii» [21, с. 33]. Из этого (из факта «расположения вещей в порядке, противоположном тому, которому нужно было бы следовать») вытекает, что проблему существования математических объектов нельзя свести к какому-либо абстрагированию от эмпирической реальности (как это провозглашается во многих популярных книгах, толкующих о сути математического творчества (см., например, [22]).

Но если нельзя нечто подобное совершить, чтобы обосновать существование трансфинитных чисел и других такого рода математических объектов, тогда как мы можем подойти к решению вопроса о поле законов их существования? Кантор, в общем и целом, отвечал на данный вопрос так, что в свойствах целых положительных чисел мы можем найти (установить) их соотношения с трансфинитными числами и должны будем сделать заключение: трансфинитные числа существуют постольку, поскольку существуют числа натуральные. Казалось вполне естественным, что надо обратиться к индуктивным свойствам натуральных чисел, порождаемым индуктивным определением числа. Индуктивное определение числа даётся хорошо известными арифметическими аксиомами Пеано. Мы выпишем для наглядности эти аксиомы, чтобы затем сделать дальнейшие интереснейшие выводы из их анализа. Для этого нам придётся оперировать понятием *множества* (или в логическом аспекте: *класса*), предполагая его заранее известным.

Перечень аксиом имеет следующий вид:

1. P1. $0 \in N$;

2. P2. Если $n \in N$, $n' \in N$;

3. P3. Если $m \in N$ и $n \in N$, то из $m' = n'$ следует, что $m = n$;

4. P4. Если $n \in N$, то $n' \neq 0$;

5. P5. Пусть $K \subseteq N$, причём K обладает следующими свойствами: (1) $0 \in K$ и (2) если $n \in K$, то $n' \in K$. Тогда $K = N$.

Пятую аксиому из данного перечня иногда называют (собственно) аксиомой индукции. Она показывает, что множество N «минимально», т.е. служит гарантией того, что в него не попадают «чужие», неиндуктивные, элементы.

После того как было дано индуктивное определение целого положительного числа и установлена таким образом бесконечная (индуктивная) последовательность этих чисел, возникла необходимость решить две задачи:

1) определить множество их индуктивных свойств, сделать их пересчёт, если, конечно, удастся;

2) выяснить (такую задачу ставил Н.Н. Лузин [23]), обладают ли целые положительные числа неиндуктивными свойствами.

Ответ на второй вопрос оказался совершенно неожиданным. Установлено, что такие свойства действительно существуют и открываются в нестандартном, или неархимедовом, анализе (см. литературу [24], [25]). Данный математический факт (мы ещё вернемся к нему несколько позже) знаменателен в том отношении, что он окончательно порывает с надеждами эмпирического обоснования математики. Математика как таковая (теоретическая и прикладная) имеет дело, как разъяснял в своё время Н.Н. Яненко, с двумя видами индукции (индуктивных выводов): индукции внешней и индукции внутренней. Если внешняя индукция, писал он, является в основном делом прикладной и вычислительной математики, то внутренняя индукция – дело теоретической математики. «В любом случае мы имеем процесс обобщения и абстрагирования: в первом случае – переход от физической разрозненности к математической общности, во втором – от разрозненных математических соотношений к общей логической надстройке. Оба процесса развиваются весьма интенсивно» [26, с. 60].

Присмотримся к тому, как делается переход от разрозненных математических соотношений в области целых положительных чисел к общей логической надстройке. Для этого, как известно, используется принцип (полной) математической индукции

$$\forall n\{P(0)\wedge[P(n)\rightarrow Pn')]\}\rightarrow\forall nP(n). \qquad (1.3.2)$$

Экспериментирование с индуктивно определяемыми числами выявляет всевозможные соотношения между ними. При этом одними из этих соотношений охватываются только отдельные (собственные) подмножества всего множества чисел, другие же относятся ко всему множеству. Поэтому некоторые математики проводят различие между гипотезами и теоремами. Так, например, формула, определяющая сумму первых простых чисел n, получает статус теоремы, когда убеждаются, что она удовлетворяет условиям полной математической индукции (1.3.1). Однако понятно, что по результатам числового экспериментирования, обретающим статус теорем, нельзя составить представление о количестве всех свойств целых положительных чисел. Поэтому Д. Гильбертом была предложена программа формализации всей математики и, в первую очередь, элементарной арифметики с тем, чтобы в рамках формализованной аксиоматики (формальной) системы получить дедуктивным способом все формулы, выражающие математические или арифметические истины в отношении свойств индуктивно определяемых чисел.

В данной программе индуктивный способ порождения чисел был расширен и получил название рекурсивного метода вычислений. Заполучив этот метод, австрийский логик и математик К. Гёдель в 1931 году доказал две *теоремы о неполноте,* в одной из которых он представил безукоризненно *строгое логико-математическое доказательство* наличия перехода от конечного к бесконечному, в трансцендентное царство трансфинитных чисел. Указывая на факт строгого гёделева доказательства, мы имеем в виду определённый критерий строгости. Ту строгость, на которую указывал Кантор. А Кантор заявлял: «Все найденные уже в арифметике и в анализе или ждущие ещё открытия истины должны рассматриваться как взаимные отношения конечных целых чисел» [20, с. 16]. Это, понятно, относится и к трансфинитным числам. Но что заимствует Кантор из свойств конечных чисел для установления статуса существования чисел трансфинитных? Только одно свойство – свойство упорядоченности натурального ряда чисел, т.е. свойство порядкового типа первого числового класса. Понятие вполне упорядоченного множества, писал он, оказывается фундаментальным для всего учения о многообразиях. «В одной дальнейшей работе я вернусь к тому основному, чреватому следствием и особенно замечательному своей общезначимостью закону мышления, согласно которому всегда возможно придать всякому *строго определённому* множеству форму *вполне упорядоченного* множества. Здесь я ограничусь указанием того, как из понятия *вполне упорядоченного* множества получаются самым простым образом основные действия для целых как конечных, так и определённо-бесконечных чисел и как получаются из непосредственно *внутреннего созерцания* с аподиктической достоверностью законы их» [20, с. 11].

Исходя из этих соображений относительно вполне упорядоченного множества, Кантор построил упорядоченное множество чисел второго класса и сформулировал гипотезу (континуум-гипотезу), согласно которой мощность (кардинальное число) континуума равна мощности второго класса чисел. Гипотеза себя не оправдала. Впоследствии было доказано, что она совместима с аксиоматикой стандартной теории множеств (К. Гёдель, 1940) и невыводима (независима) из данной аксиоматики (П. Коэн). Гёдель резюмировал положение с континуум-гипотезой следующим образом: «Кратко, после завершения манускрипта этой статьи (статья относится к первой половине 60-х годов прошлого столетия. – *Л. А.*) вопрос о том, доказуема ли континуум-гипотеза Кантора из аксиом теории множеств фон Неймана-Бернайса (включая аксиому выбора) был решён отрицательно Паулем Дж. Коэном. <...> Оказывается, что для широкой области алефов (вместо алефов ставим по техническим причинам греческую букву Δ. – *Л. А.*) с числовыми индексами *r* равенство $2^{\Delta_0} = \Delta_r$ совместимо и является расширением в слабом смысле (т.е. не влечёт новых теоретико-числовых теорем)» [27, с. 273]. (В этой же статье Гёдель находит простые слова для выражения проблемы, которую была призвана решить континуум-гипотеза Кантора: «Проблема континуума Кантора является просто вопросом: как много точек имеется на прямой линии в евклидовом пространстве? Или, иначе: как много различных множеств целых чисел существует?» [27, с. 258]). Разъяснение Гёделя свидетельствует о том, что мы можем присоединить гипотезу Кантора в качестве дополнительной аксиомы к стандартной аксиоматике теории множеств, но это не приведёт к получению других новых истин (нет никакой математической пользы!).

Хуже, однако, обстоит дело с другой гипотезой Кантора. Вот как её формулирует сам Кантор: «Факт существования актуально-бесконечно-больших величин не только не является основанием для существования актуально-бесконечно-малых величин, но наоборот, только благодаря первым и доказывается невозможность последних» [20; 129]. На самом деле в не-стандартном (не-архимедовом) анализе существование бесконечно малых величин в актуальном смысле как раз обеспечивается бесконечно большими числами.

После этих нелишних замечаний можно вернуться к интересующему нас аспекту гёделевых теорем неполноты [28]. В своих теоремах неполноты Гёдель воспользовался формализованной (по Гильберту) аксиоматикой элементарной арифметики и родственных систем и построил бесконечную рекурсивную последовательность доказуемых (дедуктивных) формул, выражающих свойства целых чисел. При этом надо было ответить на вопрос, охватываются ли этой последовательностью все арифметические истины, которые можно выразить на данном формализованном языке. Гёдель вышел за пределы рекурсивной последовательности и сконструировал формулу, недоказуемую дедуктивными средствами системы, но истинную в отношении целых чисел (истинную и выразимую на принятом языке). И тут мы подходим к главному, к тому, что нас интересует в первую очередь. Полученная рекурсивная последовательность формул имеет, как видно, тот же порядковый тип, что и натуральный ряд чисел. И это вполне понятно. Ведь когда мы определяем (порождаем) целые положительные числа индуктивным способом, мы используем тот же самый рекурсивный метод. Поэтому члены рекурсивной последовательности оказываются во взаимнооднозначном соответствии с членами натурального ряда чисел. В таком случае для формулы

Гёделя должен быть найден аналог, выражаемый числом, имеющим непосредственное отношение к натуральному ряду. Поскольку гёделева формула выражает истину, относящуюся ко *всем* целым положительным числам, этим аналогом не может быть число конечное. Стало быть, речь идёт о числе, превосходящем по своей величине любое конечное число, как бы велико оно ни было. Так мы получаем бесконечно большое число.

Кантор обозначил его, принимая во внимание порядковый тип множества натуральных чисел, символом ω и повёл счёт далее, образуя второй числовой класс ($\omega+1$, $\omega+2$, ...). Однако он упустил из виду другую возможность, точнее говоря, наложил не неё запрет. Речь идёт о трансфинитных числах в смысле нестандартного анализа [25]. Царство трансфинитных чисел оказалось намного богаче того, как его представлял себе Кантор, да и изучение его свойств пошло по другому пути – по пути топологического освоения континуума, о чём будет кратко поведано в *Приложении* № 1. А здесь нам ещё предстоит коснуться содержания трёх программ обоснования математики – интуиционизма, формализма и логицизма – в той мере, в какой они представляют интерес с точки зрения фундаментальной онтологии Хайдеггера. (С подробным анализом этих программ читатель может познакомиться в книге Г.И. Рузавина [29].)

Начнём с *интуиционизма.* Основоположником этой программы является голландский математик Брауэр (L.E.J. Brouwer) (1881–1966). С.К. Клини так сообщает об исторических условиях её возникновения: «В 1880-е годы, когда процветали методы Вейерштрасса, Дедекинда и Кантора, Кронекер настойчиво утверждал, что их фундаментальные понятия – это только слова, потому что они, вообще говоря, не дают нам возможности решить, удовлетворяет ли данный объект определению» [30, с. 47–48]. В этих условиях и взошла математическая звезда Брауэра. Брауэр, пишет Клини, в статье (1908), озаглавленной «Недостоверность логических принципов», бросил вызов вере в то, что правила классической логики, дошедшие до нас по традиции в основном от Аристотеля, являются абсолютно законными, независимо от содержания того, к чему они прилагаются [30, с. 48]. Далее Клини цитирует Вейля (1946): «Согласно его (Брауэра. – *Л. А.*) взглядам и пониманию истории, классическая логика была абстрагирована от математики конечных множеств и их подмножеств.... Забывая об этом ограниченном происхождении, впоследствии эту логику приняли ошибочно за нечто высшее и первичное по отношению ко всей математике и в конце концов стали применять её без какого-либо оправдания к математике бесконечных множеств» [30, с. 48].

Оговоримся здесь сразу же, что Брауэр верно отметил недостаток классической (аристотелевской) логики – недостаток, восполненный, как отметил впоследствии Г.Х. фон Вригт, двумя вариантами собственно не-классической логики: интуиционистской, с одной стороны, и паранепротиворечивой, с другой [31]. (Паранепротиворечивой принято называть Воображаемую логику Н.А. Васильева [32]). Но обратимся к текстам самого Брауэра и укажем на те содержащиеся в его математической идеологии существенные моменты, которые остались, скорее всего, незамеченными со стороны его комментаторов и критиков. Брауэр признаёт, как и все математики, наличие континуума (плотно упакованного вещественными числами), с которым приходится работать. Но он видит его генезис в неограниченном саморазвёртывании основной математико-интроспективной интуиции. В здании математической мысли, созданном на базе этой интуиции, пишет он, язык играет роль лишь эффективной, но не безошибочной техники, предназначенной для запоминания математических конструкций и для передачи их другим. Сам по себе математический язык не создаёт новых математических систем. (Мы здесь ссылаемся на его статью «Исторический фон, принципы и методы интуиционизма» [33, с. 508–515].)

Данное положение уточняется в другой статье, изданной под заголовком «Ведущие линии интуиционистской математики» в 1947 году. Эта статья подводит итог творческой работы Брауэра. Со времени своего возникновения, сообщает он, интуиционистская ориентация мысли была устремлена, в первую очередь, на новую практику творческой математической работы, а затем на поиски формулировки, настолько адекватной, насколько это возможно. «Кажется, – уточняет эти две линии интуиционистской математики автор, – первая цель теперь довольно неплохо достигнута. Вероятно, она более полно достигнута, нежели вторая, потому что по отношению к интуиционистскому способу мышления математический язык не играет какой-либо иной роли, нежели инструмента для поддержания памяти математических построений для передачи их другим людям» [33, с. 477].

Остановимся вкратце на этом месте брауровских размышлений и отметим, что между интуиционизмом и формализмом Д. Гильберта постоянно велась скрытая и открытая полемика. Формализм, указывал Клини, возник в результате стремления преодолеть кризис в математике, вызванный парадоксами, открытыми при логическом обосновании математики (антиномия и Рассела), и тем вызовом по отношению к классической математике, который был брошен Брауэром и Вейлем. Этот шаг в плане формализма был намечен Гильбертом (1904) и получил продолжение со стороны его сотрудников – Бернайса, Аккермана, Неймана и др. – после 1922 года. «Чтобы спасти классическую математику от интуиционистской критики, Гильберт предложил программу, которую можно предварительно выразить следующим образом: следует сформулировать классическую математику в виде аксиоматической теории и затем доказать непротиворечивость этой теории» [30, с. 54]. Возражения Брауэра против формализма были направлены не столько против аксиоматики, сколько против вещной, материализованной символики языка, который использовал Гильберт, и против логического закона исключённого третьего.

Интуиционистская математика, писал Брауэр, как бы отвечая Гильберту, есть умственная конструкция, существенно независимая от языка. Она реализуется саморазвёртыванием базовой интуиции, которая состоит в абстракции двуединства (two-ity). Саморазвёртывание позволяет нам в первом случае обозреть в одном акте не только конечную последовательность математических систем (объектов. – *Л. А.*), но также бесконечно становящуюся последовательность, детерминируемую со стороны математических систем, определённых перед тем индукцией. «Но во втором случае она позволяет нам также создать последовательность математических систем, которые бесконечно становятся в *полной свободе* или *подвергаются ограничениям, которые могут варьироваться в течение прогресса последовательности»* [33, с. 477].

Когда Брауэр говорит об ограничениях, которые могут варьироваться в течение прогресса последовательности, он имеет в виду фактор времени, которым и вносятся эти ограничения. Течение времени он называет первоначальным феноменом, позволяющим делать переходы между покоем (stillness) и ощущением (sensation). В данном случае мы ссылаемся на статью Брауэра «Сознание, философия и математика» [33, с. 480–496]. Поворот брауэровской математической интуиции непосредственно ко времени роднит её, как видно, с фундаментальной онтологией Хайдеггера, хотя Брауэр соотносит процесс развёртывания данной (основной) интуиции[2] с творчеством индивидуального ума. Это – с одной стороны. С другой стороны, интуиционистская логика, в которой не работает закон исключённого третьего, похоже, в значительной мере послужила предпосылкой для математических истин Гёделя, содержащихся в его теоремах неполноты. Ведь Гёдель показал, что система формализованной арифметики является неразрешимой, т.е. что не существует алгоритма, который

[2] В процессе развёртывания основной интуиции проявляет себя *дискретное* и *непрерывное*. Дискретное (натуральные числа) возникает из осознания последовательных «теперь»; непрерывное (например, прямая линия) – из осознания того, что время есть поток и в этом потоке имеется нечто, входящее «в между» («in between») дискретных «теперь».

позволил бы узнать, является ли взятая наугад правильно построенная формула формальной арифметики доказуемой или недоказуемой, истинной или ложной. А. Гейтинг по этому поводу заметил, что одно из требований Брауэра, предъявляемых к математическому творчеству, сводится к отождествлению «принципа исключённого третьего с принципом разрешимости всякой математической проблемы» [34, с. 74].

Сам Брауэр высказал ту же установку в следующей формулировке: «Чтобы прояснить следствия отвержения принципа исключённого третьего в качестве инструмента открытия истин, мы выразим этот принцип в следующей слегка модифицированной, интуиционистски более адекватной форме, называемой *простым принципом исключённого третьего:*

Каждое приписывание τ свойства математической сущности может быть разрешено (judged), т.е. или доказано или сведено к абсурду» [33, с. 480].

Что касается *формализма*, то все перипетии этой программы описаны в книге [35]. В целях краткости её изложения воспользуемся теми суждениями о ней, которые представлены Гейтингом и Клини. Формализм – это: 1) аксиоматический метод; 2) символический язык, дающий возможность выразить в формальной или, точнее будет сказать, формализованной системе (например, в формализованной системе арифметики) математические истины; 3) метатеория, описывающая формализованную систему и фигурирующие в ней правила вывода; 4) требование к системе, заключающееся в том, чтобы она была непротиворечивой (т.е. чтобы в ней нельзя было вывести некоторую формулу и её отрицание).

Аксиоматический метод состоит в следующем: а) полностью перечисляются все основные понятия и отношения аксиоматизируемой отрасли науки; любое иное понятие должно быть сведено посредством определения к основным; b) также полностью перечисляются аксиомы, принимаемые за истинные без доказательства; все прочие положения выводятся из них чисто логическим путём.

В отношении непротиворечивости Гейтинг напоминает, что проблема непротиворечивости (у Гильберта) приобретает следующий вид: за противоречие принимается некоторая определённая формула, например $1 \neq 1$; именно, если бы формула $U \,\&\, \neg U$ была доказуема, то из неё можно было бы вывести любую формулу. Необходимо было дать метаматематическое доказательство того, что эта формула не принадлежит к числу доказуемых. «Таким путём, – утверждает Гейтинг, – Гильберту удалось безупречно сформулировать проблему непротиворечивости независимо от содержательного истолкования формул» [34, с. 55].

Если согласиться с Гейтингом в том, что «Гильберту удалось безупречно сформулировать проблему непротиворечивости независимо от содержательного истолкования формул», то тут же надо добавить: как показал Гёдель в своих теоремах неполноты, доказать непротиворечивость формализованной арифметики внутренними средствами самой системы невозможно. Но несостоятельность формалистического обоснования математики, как выяснилось, проистекает даже не с той стороны, на которую указывали интуиционисты, имея в виду наличие неразрешимых проблем (проблема доказательства непротиворечивости одна из них), а из неверного понимания природы числа. Это можно узреть из итогового описания программы Гильберта, приведенного Клини. Если рассматривать картину полностью, отмечает Клини, то имеются три отдельные и отличные друг от друга «теории»: (*a*) содержательная (informal) теория, формализацией которой служит формальная система; (*b*) формальная система или предметная теория и (*c*) метатеория, в которой описывается и изучается эта формальная система [30, с. 63].

Далее Клини разъясняет: «Здесь (*b*), являющаяся формальной, служит не теорией в обычном смысле, а системой символов и предметов, построенных из символов (описанных в (*c*)), причём эта система является своего рода условным образом, или моделью, для (*a*). С другой стороны, (*a*) и (*c*), являющиеся содержательными, не имеют точно определённой структуры, какую имеет (*b*)» [30, с. 63]. И ещё: если (*c*) – это теория, изучающая (*b*), то она должна при-меняться к (*b*), не взирая на (*a*), точнее, не взирая на интерпретацию (*b*) в терминах (*a*). «Кроме того, (*c*) ограничена употреблением только финитных методов, тогда как для (*a*), вообще говоря, не имеется такого ограничения» [30, с. 63].

Метаматематика, по Гильберту, выдвигает требование изучать формальную систему как систему символов, которые рассматриваются как окончательные предметы (это может быть комбинация чёрточек на бумаге), окончательные в том смысле, что они не должны использоваться для обозначения чего-либо, отличного от них самих. «Метаматематик смотрит на них, а не через них и не на то, что за ними; таким образом, они являются предметами без интерпретации или значения» [30, с. 62].

Можно сказать, несколько огрубляя положение дел, что гильбертовский метаматематик отождествляет числа с цифрами. При этом взаимоотношения между цифрами оказываются неизменными, «окаменевшими». В таком случае возникает вопрос, не впадает ли Гильберт со своим теоретическим подходом к обоснованию математики в ошибку, называемую petitio principii, т.е. не кладёт ли он заранее в основу своих рассуждений положение, согласно которому построенная система должна быть непротиворечивой. Этот вопрос был поставлен Н.Н. Лузиным при первом знакомстве с гильбертовской теорией. Судить о самом существе этой теории в полной мере, писал

Лузин в самом начале 30-х годов прошлого столетия, пока затруднительно ввиду недостатка сведений. Но наиболее деликатным моментом здесь является вопрос petitio principii: удалось ли Гильберту избегнуть этой ошибки? Несомненно, некоторые движения мысли, замечает Лузин, могут быть «формализованы», т.е. отмечены символами. Но Гильберт говорит о превращении в символы всякой математической мысли. Не приходится сомневаться, что мы имеем возможность оперировать живой мыслью, непосредственным (не символизированным) рассуждением над этими символами, как бы над некоторыми окаменелыми остатками некогда также живой мысли. Нет сомнения, далее, что мы можем приходить, принимая во внимание форму и вид этих символов, к определённым заключениям о возможности или невозможности иметь «правильное» сочетание этих символов, оканчивающееся фигурой $1 = 0$. Наконец, нет сомнения, что всё это можно проделать без petitio principii. «Но когда мы хотим вывести отсюда определённые *заключения об отсутствии противоречия в живой мысли внутри её самой, мы должны оживить эти окаменелости, превратив их в процессы живой мысли.* Имеется ли гарантия, что на некотором месте ожившего узора мы не встретим конфликта живой мысли с самою собой?» [36, с. 30–31]. Последний вопрос Лузина фактически является риторическим. Ведь к тому времени, когда он опубликовал эти свои размышления, в теории множеств, которая, по словам Ю.И. Манина, «превратилась в язык, на котором профессиональный математик учится говорить с рождения» (см. [37, с. 5]), было вскрыто немало парадоксальных противоречий, которые принято называть антиномиями. Как сообщает в своей «Истории формальной логики» И.М. Бохенский, история проблемы антиномий вкратце выглядит так. Между 1895 и 1897 годами К. Бурали-Форти (C. Burali-Forti) и Г. Кантор установили, независимо друг от друга, первую логическую антиномию (противоречивого множества всех ординальных чисел). Но логики рассматривали эту антиномию делом математики в узком смысле и не придали ей большого значения: многие уже привыкли к тому факту, что то, что считалось неприступными частями математики, имело трудности прямо-таки со времени Зенона Элейского. В 1902 году Б. Рассел построил свою знаменитую антиномию класса всех классов. «Впоследствии появилось много свежих антиномий логических и семантических. К настоящему времени известно более дюжины подлинно различных антиномий» [38, с. 368].

Собственно антиномия Рассела послужила отправным моментом для создания программы логицизма. *Логицизм*, как и формализм, включает в себя положение, согласно которому необходимым условием существования математических объектов в теоретической системе является отсутствие в ней противоречий. Поскольку антиномия Рассела представляет собой противоречивое суждение о множестве всех нормальных множеств (такое множество нормально и ненормально), её автор обратил внимание на определение нормального множества (т.е. множества которое не является собственным членом) и пришёл к заключению, что источником противоречий являются непредикативные определения. Устранить непредикативные определения – значит, по мнению Рассела, избавиться от противоречий. Для этого надо было бы соблюдать принцип (устранения) порочного круга. В Principia Mathematica этот принцип формулируется следующим образом: «Ни одна тотальность не может содержать члены, определяемые только в терминах этой тотальности; всё то, что определимо только в терминах всех из совокупности (of all of a collection), не должно быть членом совокупности» [39, с. 37]. Ясно, что нормальное множество определяется путём ссылки на самое себя, хотя эта ссылка даётся вместе отрицанием. Рассел предложил устранить эту ссылку, предложив изобретённую им концепцию иерархии типов. Но математики критически отнеслись как к логицизму Рассела, так и к его теории типов, выразив сомнение в том, что из математической дисциплины мысли следует исключать все определения, нарушающие принцип (устранения) порочного круга [40, с. 123].

Другой существенный недостаток логицизма состоит в том, что если расселловскую теорию типов можно подверстать под антиномию множества всех нормальных множеств, то её применение к таким парадоксам, как, скажем, парадокс Лжеца, выглядит просто нелепо. Клини, в свою очередь, отмечает, что попытка определить математические понятия через логические, наталкивается на затруднение уже при определении кардинального (натурального) числа. Определение, к которому прибегает Рассел, непредикативно [30, с. 45–46].

В заключение данного параграфа уместно будет привести высказывание Шарля Серрюса, касающееся значения формального вывода в математике и вообще в познании:

«*Формальный вывод в познании может основываться только на тождестве или на двойном отрицании*, однако такой вывод бесплоден…

Формальная логика явно содержит весьма мало вещей – идею импликации и идеи значений, которые являются как бы последним убежищем познания, но из которых, без наличия науки, нельзя было бы ничего извлечь» [41, с. 108–109].

§4. Математический универсум в свете хайдеггеровского исторического времени

Есть у Брауэра суждение, имеющее, на первый взгляд, чуть ли не мистический характер. А именно: «Сознание в своём самом глубоком прибежище (home), кажется, осциллирует медленно, безвольно (willessly) и обратимо между покоем (stillness) и ощущением (sensation)» [33, с. 480]. Похоже, что Брауэр имеет в виду то обстоятельство, что ощущение служит предощущением того, что появится в результате прохождения фазы покоя с *течением времени.* Кажется, мы находим такую фазу между формированием евклидовой геометрии и созданием не-евклидовой геометрии Лобачевского. В настоящее время нам известны три стандартных типа геометрии: параболическая геометрия, или геометрия Евклида, гиперболическая геометрия, или геометрия Лобачевского, и эллиптическая двухмерная геометрия, иначе именуемая геометрией Римана (не путать с дифференциальной римановой геометрией). Мне представляется, что у античных греков мы как раз находим предощущение, или, точнее будет, сказать, предчувствие будущего, которое откроет не-евклидову геометрию.

В чём же оно, это предчувствие заключается? Оно заключается в проявлении, со стороны греческих математиков и философов, особого интереса к коническим сечениям. Коническое сечение есть линия, которая получается сечением прямого кругового конуса плоскостью, не проходящей через его вершину. Конические сечения могут быть трёх типов. 1) Секущая плоскость пересекает все образующие конуса в точках одной его полости; линия пересечения есть замкнутая овальная кривая – *эллипс*; окружность как частный случай эллипса получается, когда секущая плоскость перпендикулярна оси конуса. 2) Секущая плоскость параллельна одной из касательных плоскостей конуса; в сечении получается незамкнутая, уходящая в бесконечность кривая – парабола, целиком лежащая на одной полости. 3) Секущая плоскость пересекает – берётся двухполостной конус – обе его полости; линия пересечения – *гипербола* – состоит из двух одинаковых незамкнутых, простирающихся в бесконечность частей (ветвей гиперболы), лежащих на обеих полостях.

Итак, историки установили, что конические сечения были известны математикам Древней Греции ещё до того времени (приблизительно третий век до н.э.), в которое завершилось оформление геометрической дисциплины мысли, известной под авторством Евклида. Менехм (ок. 340 до н.э.) открыл, что эллипс, гипербола и парабола являются сечениями конусов. Наиболее полным сочинением, посвящённым этим кривым, были «Конические сечения» Аполлония Пергского (ок. 200 до н.э.). Дальнейшие успехи теории конических сечений связаны с созданием в XVII в. новых геометрических методов: проективного (Ж. Дезарг, Б. Паскаль) и в особенности координатного (Р. Декарт, П. Ферма). Проективный метод мы упоминаем здесь неслучайно, так как именно этот метод позволил свести воедино параболическую, гиперболическую и эллиптическую геометрию. Ему предшествовало другое открытие, сделанное в первой половине XIX столетия. Тогда геометры заметили, что три вида кривых – парабола, гипербола и эллипс, – получаемые посредством упомянутой выше операции рассечения конуса, поддаются простой классификации, если воспользоваться бесконечно удалённой прямой, дополняющей евклидову плоскость.

Дело обстоит так, что со всякой прямой, в том числе и с прямой бесконечно удалённой, всякое коническое сечение пересекается в двух точках. Каждая пара этих точек такова, что они оказываются либо одинаковыми (вещественными или мнимыми), либо совпадающими между собой. Данный факт удостоверяется аналитически посредством совместного решения уравнений конического сечения и бесконечно удалённой прямой, записанных в однородных координатах. Если бесконечно удалённая прямая касается конического сечения, то это означает, что у сечения и данной прямой имеется одна общая вещественная точка; в случае их пересечения – общими окажутся две вещественные точки. Наконец, наличие двух мнимых точек будет означать, что прямая и коническое сечение вовсе не встречаются. Таким образом, коническое сечение выглядит по-разному в зависимости от атрибутов этих точек. Параболе соответствует одна вещественная точка, эллипсу соответствуют две мнимые точки, гиперболе – две вещественные точки (см. книгу А.П. Котельникова [42, с. 5]).

Такой порядок означает, что мы работаем в рамках проективной геометрии. Проективная геометрия получается из (общеупотребительной) геометрии Евклида посредством снабжения её бесконечно удалёнными объектами: к прямой добавляется бесконечно удалённая точка, к плоскости – бесконечно удалённая прямая и, наконец, к трёхмерному пространству добавляется бесконечно удалённая плоскость. Эти несобственные объекты (так их принято называть) накладывают дополнительные свойства на объекты собственные. Например, расположенные в одной плоскости параллельные прямые пересекаются в одной бесконечно удалённой точке, а вообще все прямые одной и той же плоскости пересекаются с бесконечно удалённой прямой.

Если теперь обратить всю конструкцию взаимоотношений конических сечений и бесконечно удалённой прямой и придать коническим сечениям статус бесконечно удалённых объектов, выявятся следующие обстоятельства. В зависимости от того, какая кривая возьмёт на себя роль бесконечно удалённого объекта (абсолюта), можно будет установить законы метрических преобразований на плоскости, а затем обобщить их на трёхмерное пространство. Подобно тому, читаем мы в выше указанной книге А.П. Котельникова, «как Декартова геометрия (т.е. аналитическая геометрия – *Л. А.*) даёт возможность свести все свойства фигуры к свойствам метрическим, так проективная геометрия даёт возможность проективные свойства положить в основание всей геометрии» [42, с. 4]. Ссылка на параболу, эллипс и гиперболу служит основанием к тому, чтобы называть геометрию Евклида параболической, геометрию Римана – эллиптической, а геометрию Лобачевского – гиперболической.

Подробное обоснование этой классификации дано в Эрлангенской программе Ф. Клейна, направленной на обоснование всей геометрии. В этой программе устанавливается соответствие между тремя типами геометрии и тремя видами мероопределения. Мероопределения детерминируются тремя видами бесконечно удалённых объектов, которые носят название *абсолютов*. Абсолюты предстают в виде двухмерных поверхностей, которые Клейн называет *фундаментальными* поверхностями. В этой ситуации мыслимы три, и только три, случая:

1. Фундаментальная поверхность вещественна, не линейчатая (окружает нас). Она детерминирует гиперболическую геометрию.

2. Фундаментальная поверхность мнима, что даёт эллиптическую геометрию.

3. Фундаментальная поверхность вырождается в мнимую плоскую кривую. Это переходный случай, соответствующий параболической геометрии [43, с. 302–303].

В первом случае геодезическая линия располагает двумя бесконечно удалёнными точками, которые вещественны. Во втором случае бесконечно удалённые точки мнимы. Наконец, в третьем случае геодезическая линия располагает одной (вещественной) бесконечно удалённой точкой. Абсолютом же для плоскости служит бесконечно удалённая прямая с двумя мнимыми точками – результат пересечения плоскости с мнимым коническим сечением. Наличие мнимых точек на бесконечно удалённой прямой обязано тому обстоятельству, что в параболической геометрии угловое мероопределение вводится отдельно, независимо от точечного линейного мероопределения. Что касается третьего случая, то мы его в дальнейшем выносим за рамки рассмотрения, потому что он имеет отношение лишь к двухмерному пространству, к замкнутой двухмерной поверхности. А вот сравнение, сопоставление между собой параболической и гиперболической геометрии приводит к результату, обобщение которого позволяет нам дать оценку математическому творчеству в свете хайдеггеровского исторического времени.

Глубинная связь между параболической и гиперболической геометриями была открыта и наглядно представлена Гоёне Вронским. Он записал алгоритм, позволяющий преобразовывать обычные тригонометрические функции в функции гиперболические, и наоборот. Алгоритм имеет следующий вид:

$$\varphi(x) = \sqrt{\pm 1} f(x) + F(x), \qquad (1.4.1)$$

где

$$f(x) = \frac{1}{2\sqrt{\pm 1}}(a^{x\sqrt{\pm 1}} - a^{-x\sqrt{\pm 1}}), \qquad (1.4.2)$$

$$F(x) = \frac{1}{2}(a^{x\sqrt{\pm 1}} + a^{-x\sqrt{\pm 1}}). \qquad (1.4.3)$$

Когда $a = e$, $f(x)$ и $F(x)$ превращаются в *синус* и *косинус*, при этом знак плюс, находящийся под радикалом, соответствует синусу и косинусу гиперболическим, знак минус – синусу и косинусу угловым. Мы видим, что формула (1.4.1) символизирует (функциональное) единство, сочетание двух геометрий. Вместе с тем между ними имеет место расхождение, определяемое знаками плюс и минус с учётом мнимой единицы. Так что две рассматриваемые геометрические дисциплины мысли и отрицают, и дополняют друг друга, т.е. подчиняются принципу дополнительности, сформулированному Н. Бором: contraria sunt complementa. Парадоксально! С одной стороны, из единства противоположностей следует, что они должны существовать (сосуществовать) одновременно. С другой стороны, нельзя не считаться с историческим фактом, согласно которому их открытие разнесено во времени более чем на тысячу лет. Парадокс разрешается, когда вводится в рассмотрение хайдеггеровская концепция исторического времени. Историческому времени присуща скрытая форма развития гештальта, в результате которого (развития) он предстаёт в готовом виде, возникнув как бы из небытия. Появление не-евклидовой геометрии напоминает deus ex machina в старинном сценическом спектакле. Но если по ходу спектакля зрители догадывались, что значит явление бога из машины, то не так было встречено научным сообществом неожиданное открытие новой геометрии (Лобачевский, 1826 год). Одних учёных оно повергло в смятение, другие (таковых было большинство) отнеслись к нему равнодушно. Причина равнодушия – либо недоверие, либо непонимание существа открытия. Понадобилось четверть века для того, чтобы наступило признание творческого подвига Лобачевского и сделавшего почти то же самое венгерского геометра Яноша Больаи.

Уместно будет здесь напомнить о той идеологической атмосфере, которая царила в математическом сообществе вокруг проблемы параллельных прямых. Проблема была порождена внутри самой евклидовой геометрии – порождена побуждением укрепить её статус, рассеяв возникающие сомнения относительно постулата о параллельных прямых в той его формулировке, которая принадлежит самому Евклиду. Получилось, однако, всё наоборот: усилия, предпринятые для того, чтобы подтвердить истинность постулата о параллельных, поставили под сомнение геометрическую истину как таковую. На рубеже XVIII и XIX столетий (по сообщениям авторов исторических экскурсов), когда число неудачных попыток решить данную проблему особенно увеличилось, многих геометров охватило чувство, близкое к отчаянию. Об этом, в частности, можно судить по письму венгерского математика Фаркоша Больаи своему сыну Яноши:

«Молю тебя, не делай только ты попыток одолеть теорию параллельных линий. Я не встретил ни одной идеи, которую бы я не разрабатывал. Я прошёл весь беспросветный мрак этой ночи, и всякий свет, всякую радость жизни я в ней погасил... Этот беспросветный мрак может потопить тысячи ньютоновских башен. Он никогда не рассеется и никогда несчастный род человеческий не будет владеть чем-либо совершенным даже в геометрии. Это большая и вечная рана в моей душе» (цит. по [44, с. 12]).

Отчаяние Больаи старшего, его жалобы на «беспросветный мрак» объясняются не только множеством неудач, постигших к тому времени геометров в их собственно математической деятельности. Была к тому и другая причина, лежащая в плане идеологии и мировоззрения, которую К. Гаусс позже определит как страх перед «криками беотийцев». Об этом он, оказавшийся на пороге открытия не-евклидовой геометрии, писал в письмах доверенным лицам уже после того, как познакомился с Воображаемой геометрией Лобачевского. А «крик беотийцев» мог раздаваться и раздавался со стороны тех кругов научной или околонаучной общественности, представители которой примыкали либо к философскому позитивизму, либо к материализму, будь то материализм вульгарный или диалектический.

А.П. Норден так характеризует научное умонастроение и психологические ощущения Гаусса, когда он в своих исследованиях приступал к решению упомянутой выше проблемы:

«Гаусс приближался к этому решению уже в конце XVIII века, но прошло 25 лет, прежде он оставил надежду на возможность доказательства постулата Евклида. Однако до конца жизни Гаусс не опубликовал своих идей и даже запрещал своим ближайшим друзьям, которым он писал о них, распространять это известие. Да и в этих письмах Гаусс первый раз высказался определённо только после того, как Гёрлинг переслал ему в 1819 году заметку Швейкарта, содержащую предположение неевклидовой геометрии, которую последний назвал *астральной.* Судя по тому же письму Гёрлинга, Швейкарт сам ещё не был уверен в своём открытии, и, может быть, поэтому впоследствии ничего не писал и не публиковал по этому вопросу» [44, с. 13].

Многие математики и особенно философы смотрели на происхождение геометрической науки под углом зрения локальной эмпирической практики (практики измерения земельных участков, архитектурных навыков и т.п.), на основе которой возводится теория. Поэтому их смущало, помимо всего прочего, то обстоятельство, что новая геометрия привносит в свою структуру размерный параметр вселенского масштаба – «абсолютную длину», наличие которой было немыслимо в евклидовой геометрии. На затруднение, возникающее в связи с необходимостью признать существование этой линейной величины, обращал внимание сам К. Гаусс. Вот что он писал по этому поводу в конфиденциальном письме к Тауриносу (8 ноября 1824 года): «Предложения этой геометрии отчасти кажутся парадоксальными и непривычному человеку даже несуразными; но при строгом и спокойном размышлении оказывается, что они не содержат ничего невозможного. Так, например, все три угла треугольника можно сделать сколь угодно малыми, если только взять достаточно большие стороны; площадь же треугольника не может превысить, даже не может достичь некоторого предела, как бы велики ни были его стороны. Все мои старания найти в неевклидовой геометрии противоречие или непоследовательность остались бесплодными, и единственно, что в этой системе противится нашему разуму, это то, что в пространстве, если бы эта система была справедлива, должна была бы существовать некоторая сама по себе определённая (хотя нам неизвестная) линейная величина» (цит. по [1, т. 1, с. 164]).

Введение в структуру геометрической теории параметра абсолютной длины (иногда её обозначают буквой к) позволило преодолеть трудность, связанную с тем, что переход от евклидовой к не-евклидовой геометрии мог нарушить принцип однородности геометрических величин. Авторы, описывающие историю создания не-евклидовой геометрии, как правило, не дают определения этого принципа, а косвенно разъясняют его смысл, раскрываемый в контексте геометрических исследований. В примечаниях к сочинениям Лобачевского А.П. Норден замечает: «Так называемый “принцип однородностиЭ состоит в том, что линейная величина сама по себе не может определяться числом до тех пор, пока не выбран некоторый отрезок, принятый за единицу измерения. Поэтому во всякую формулу, содержащую линейные отрезки, должны входить только *отношения* этих отрезков. Таковы, например, тригонометрические соотношения между элементами прямоугольного треугольника, формулы сферической тригонометрии и т.д.» (см. примеч. на стр. 299 в «Трёх сочинениях» Лобачевского [46]). В частности, добавляет Норден, не может существовать соотношения между сторонами и углами треугольника, в которые входил бы только один отрезок: в формулы прямолинейной тригонометрии входят отношения сторон или других элементов треугольника, а в формулы сферической тригонометрии – отношение стороны (дуги большого круга) к радиусу сферы» [там же].

По-видимому, этот биограф Лобачевского берёт слова *принцип однородности* в кавычки (да ещё и прибавляет к ним прилагательное «так называемый») для того, чтобы подчеркнуть его негативную сторону. Между тем для Лобачевского важнее было руководствоваться его позитивным содержанием. Ещё за три года до того, как он передал факультету свой знаменитый доклад, содержащий развёрнутое изложение не-евклидовой (Воображаемой) геометрии[2], им была высказана мысль, которая свидетельствует о том, что автор не считается с тем запретом, который налагается на геометрические исследования со стороны негативного, да ещё ложно понимаемого, содержания принципа. В статье «Геометрия», опубликованной в 1823 году, Лобачевский писал: «...задачи тригонометрии должны состоять в том, чтоб находить величину трёх частей треугольника, когда другие три даны (имеются в виду стороны и углы треугольника. – *Л. А.*). После будет видно, что треугольники не всегда бывают одинаковы, когда у них только углы равны, следовательно, и Тригонометрия не может дать способа для определения сторон треугольника, когда только его углы известны. Некоторые математики невозможность определения линий с помощью углов хотели принять за основание геометрии, но такое основание недостаточно, потому что разнородные коликие могут быть в зависимости друг от друга» [46, с. 245]. В первой части этого высказывания даёт-

[2] Это произошло 23 (11) февраля 1826 года.

ся негативное содержание принципа однородности, во второй – установка на позитивное содержание, которая подтверждается словами: «Итак, ненадобно следовать тем, которые хотели допустить в основании геометрии начало подобия, разнородности линий с углами». Константа Лобачевского дала возможность уравнять величины линий с величинами углов посредством оперирования выражениями типа $e^{\frac{l}{k}}$.

Вообще же знакомство с Воображаемой геометрией Лобачевского весьма ценно в том отношении, что она служит образцом, в котором сочетаются законы внешнего по отношению к ней, пространственного движения физических объектов и законы внутреннего, идеального изменения и развития, присущих объектам математического универсума. Если речь идёт о движении в пространстве, то мы судим о его свойствах в зависимости от того, какими объектами совершается пространственное движение, по каким поверхностям они движутся. Примерно такой ход мысли представлен в следующем суждении Лобачевского относительно того, как складываются представления о геометрических свойствах пространства: «В природе мы познаём собственно только движение, без которого чувственные впечатления невозможны. Итак, все прочие понятия, например Геометрические, произведены нашим умом искусственно, будучи взяты в свойствах движения; а потому пространство, само собой, отдельно, для нас не существует» [45, т. 2, с. 158–159].

Изучение соотношения евклидовой и не-евклидовой геометрий показывает, какую роль в установлении их общности играет принцип однородности с учётом расширения его содержания. В более широком плане, за пределами геометрии, он известен как принцип перманентности Ганкеля. Немецкий математик Герман Ганкель (Hermann Hankel) (1839–1873) сформулировал этот принцип, исходя из опыта исследований не в геометрической области математики, а в алгебраической, в частности при расширении числового поля до включения в него комплексных чисел. Тем не менее, он приобрёл универсальное значение, выражаемое посредством суждения: наш ум постоянно стремится распространять правила, выведенные для частных случаев, на более общую область их приложения. В фундаментальной онтологии Хайдеггера принцип Ганкеля играет роль одного из краеугольных камней в её построении. При всём различии хайдеггеровского Бытия и сущего и то, и другое охватывается временем. При всём различии пространственно-временных движений и изменений и тех превращений, что происходят в мире идеальных математических сущностей, все они объединяются, в соответствии с этим принципом, количественной характеристикой (исторического) времени.

ЧАСТЬ ВТОРАЯ

ХАЙДЕГГЕРОВСКИЙ ВКЛАД В РЕШЕНИЕ ПРОБЛЕМЫ ФИЗИЧЕСКОЙ РЕАЛЬНОСТИ

§1. Квантовая физика в свете фундаментальной онтологии Хайдеггера

В эпистолярном наследии Мартина Хайдеггера и Вернера Гейзенберга сохранилась обширная переписка этих двух знаменитых немецких мыслителей. К сожалению, перевод её на русский язык ещё ждёт своего часа. Но, судя по некоторым данным, дискуссия между философом и физиком не потеряла своего значения и в наши дни, так как и до сих пор продолжаются споры вокруг адекватной интерпретации квантово-механического формализма. Причём одни из участников дискуссии в названии «квантовая механика» делают акцент на термине *механика*, другие – на термине *квантовая*, часто называя её *теорией квантов*. Первые это те, кто не может отрешиться от механистического мировоззрения. Для них квантовые микрообъекты, такие как электрон, протон и др., представляются в виде механических частиц (вроде песчинок), но только очень маленького размера. Для сторонников теории квантов, к числу которых принадлежит Гейзенберг, решающее значение для понимания квантовой механики имеет идея дополнительности Н. Бора. Особенно много внимания в «квантовых» дискуссиях уделялось и до сих пор уделяется частному варианту боровской идеи – корпускулярно-волновому дуализму, согласно которому электрон обладает и корпускулярными, и волновыми свойствами, которые взаимно и исключают, и дополняют друг друга. В связи с этим ставился (и стоит до сих пор) вопрос о том, что происходит в процессе квантово-механического измерения при редукции волновой функции. Надо было определиться с пониманием этого дискретного акта, при котором волна «стягивается» в корпускулу, понять, как ведёт себя в этом акте течение времени, почему данный процесс нельзя описать детерминированным способом, подобным тому, что применяется при описании эволюции волновой функции посредством уравнения Шредингера.

Хайдеггер полагал, что детерминация событий на шкале исторического времени имеет двойственный характер, т.е. сочетает в себе предопределённость их как со стороны прошлого, так и со стороны будущего, о чём свидетельствует его, уже упомянутое выше замечание: настоящее возникает из переклички истока и цели, прошлого и будущего [3, с. 279]. Как было показано в четвёртом параграфе первой части, эта двойственная предопределенность выражается в виде отношения дополнительности межу гештальтами прошлого и будущего. Так что Хайдеггер рассматривал квантовую физику и с этой стороны. В «Цолликоновских семинарах» [9] он заочно полемизирует с Гейзенбергом по вопросу о принципе каузальности и совместимости или несовместимости этого принципа с известными соотношениями неопределённости (открытыми, кстати говоря, самим же Гейзенбергом). Гейзенберг, сообщает он, сформулировал принцип каузальности (Zeitschrift für Physik. 1927. № 43. S. 197) так: «Если мы точно знаем настоящее, то мы можем рассчитать будущее». Теперь Гейзенберг говорит, что «ложно не придаточное предложение, а предпосылка. Мы принципиально *не можем* узнать настоящее во всех определяющих его деталях». Это незнание, поясняет мысль Гейзенберга Хайдеггер, заложено в принципе неопределённости квантовой механики, который гласит: мы всегда можем точно измерить либо местоположение, либо импульс частицы, но не оба параметра одновременно. Гейзенберг сделал из этого факта вывод о том, что таким образом «окончательно констатируется недействительность закона каузальности». На этот тезис, добавляет Хайдеггер, ещё и сегодня отчасти опираются разговоры об «акаузальности». «Однако, – возражает он тут же, – принцип неопределённости не отменяет ни закона каузальности, ни возможности заранее просчитывать. Иначе было бы невозможным конструирование и создание атомной бомбы, да и атомной техники вообще» [9, с. 201].

Отмечая далее, что Гейзенберг позднее отказался от сбивающих с толку разговоров об акаузальности, Хайдеггер заявил: «Никакой “акаузальной картины мира” нет. В доказательство достаточно сослаться на идущие полным ходом исследования по технике генных мутаций у человека» [9, с. 201]. Однако здесь он оказался не совсем прав, поскольку, видимо, принял за истину вероятностно-статистическую интерпретацию квантовой механики, предложенную М. Борном. Но ведь известно, что Борн смешивал ансамбль квантово-механических событий с ансамблем частиц и допускал, что поведением *частиц* управляют вероятностно-статистические закономерности [47, с. 114–115]. Согласно Борну, надо понимать, что волнообразное поведение электронов (волновые функции, их описывающие, и интерферирующие альтернативы) суть не что иное, как вспомогательные средства вычисления вероятностей (вероятностных распределений), получаемых в экспериментальных испытаниях, относящихся к ансамблю частиц[3]. И многие физики до сих

[3] Макс Борн утверждал: «Общепринятая в настоящее время интерпретация была предложена Борном. С позиций этого толкования весь ход событий в физической системе опреде-

пор в этом убеждены, их даже не смущает авторитетное заявление П.А.М. Дирака о том, что фотон, как квантовый объект, проходя через две щели, *интерферирует сам с собой* [48, с. 25].

А теперь спросим: как ведёт себя время в процессе редукции волновой функции, если этот процесс рассматривать с позиции фундаментальной онтологии Хайдеггера? В отличие от классической механики, где время служит чисто внешним фактором передвижения частицы (материальной точки) в пространстве, в теории квантов время «встроено» в квантовую систему (будь то система, состоящая из нескольких частиц или всего лишь из одной частицы). Здесь изучению подвергаются состояния *движения* системы. А последние представлены в форме волновых процессов, развёртываемых во *времени*. И когда волновой процесс свёртывается в акте редукции волновой функции, имеет место трансформация времени. Но поскольку трансформация времени не может иметь место в самом времени, напрашивается вывод о том,

---

ляется вероятностными законами. Тому или иному положению частицы в пространстве соответствует некоторая вероятность, определяемая ассоциируемой с состоянием частицы волной де-Бройля. Таким образом, механический процесс сопряжён с волновым процессом – процессом распространения вероятностной волны. Последняя подчиняется уравнению Шредингера, значение которого состоит в том, что оно определяет вероятность любого варианта хода событий в механическом процессе» [47, с.114–115].

что редукция волновой функции, реализуемая в процессе измерения, происходит *мгновенно.* Такая логика обсуждения вопроса приводит нас и к другому выводу, согласно которому в акте редукции волновой функции, имеющей необратимый характер, выделяется *энтропийная* компонента времени. Образно говоря, обратимое течение времени, соответствующее непрерывному эволюционному изменению системы, описываемому уравнением Шредингера, заканчивается при измерении энтропийной катастрофой. Хотя современная квантовая физика фиксирует в основном те необратимые процессы, которые сопровождаются приростом энтропии, не приходится сомневаться, что существуют системы, привносящие в окружающую среду энтропию со знаком минус. Речь идёт о процессах, родственных как раз процессу измерения волновой функции.

Небольшой анализ и конкретизация основных понятий квантовой механики помогут лучше понять смысл сказанного. Для этого можно воспользоваться краткой схемой разъяснения основных положений теории квантов, разработанной авторами пособия «Абстракция в математике и физике» [22]. Прежде всего, следует сказать о том, что состояние квантовой системы подаётся в теории квантов в разных представлениях, т.е. может быть координатное представление, импульсное представление и т.п. Координатное представление выражается посредством комплексной волновой функции

$$\Psi = (x, y, z, t). \qquad (2.1.1)$$

Эта пси-функция и является главным объектом тех математических операций, которые позволяют делать экспериментально проверяемые предсказания. Поэтому в первую очередь предлагается уяснить себе следующие положения:

1) физический смысл волновой функции: $|\Psi(x, t)|^2 dx$ есть вероятность обнаружить частицу в интервале $(x, x + dx)$ в момент времени t (обобщение на трёхмерный случай вполне очевидно);

2) каждой физической величине (координате, импульсу, моменту количества движения и т.д.) ставится в соответствие оператор, указывающий, какое действие надо произвести над Ψ-функцией;

3) оператором импульса, направление которого совпадает с осью x, является $-i\hbar d/dx$; оператором координаты $\boldsymbol{r}$ служит сам вектор $\boldsymbol{r}$ (иначе говоря, оператор координаты $\boldsymbol{r}$ есть оператор умножения);

4) важную роль играют такие состояния (Ψ-функции), действие на которые оператора физической величины сводится к умножению Ψ на константу; они называются *собственными функциями оператора*, а получающиеся в результате действия оператора константы – его собственными значениями;

5) фундаментальное уравнение волновой механики – аналог уравнения Ньютона в классической механике – уравнение Шредингера.

Уравнение Шредингера составляется с использованием гамильтониана H. Он образуется из функции Гамильтон

$$H = \frac{p^2}{2m} + U(x, y, z), \quad p^2 = p_x^2 + p_y^2 + p_z^2. \qquad (2.1.2)$$

Оператор H представляет собой энергию частицы, выраженную через импульс $\boldsymbol{p}$ и координату $\boldsymbol{r}$. Потенциальная энергия $U(\boldsymbol{r})$ определяет силу $F = dU(\boldsymbol{r})/d\boldsymbol{r}$, действующую на частицу. Знание оператора импульса (его компоненты: $p_x = -i\hbar d/dx$, $p_y = -i\hbar d/dy$, $p_z = -i\hbar d/dz$) позволяет записать гамильтониан частицы в виде

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta + U(x, y, z),$$

где

$$\Delta = \frac{d^2}{dx^2} + \frac{d^2}{dy^2} + \frac{d^2}{dz^2}. \qquad (2.1.3)$$

Уравнение Шредингера приобретает следующую форму:

$$i\hbar\frac{d\Psi}{dt} = H\Psi. \qquad (2.1.4)$$

Поскольку в уравнение входят производные от Ψ-функции, к нему добавляются граничные и начальные условия.

Для состояния движения свободной частицы (у неё в таком случае сохраняется импульс) решение уравнения Шредингера приводит к результату

$$\Psi(\boldsymbol{r}, t) = \mathrm{A}\exp[(-i/\hbar)(Et - \boldsymbol{pr})]. \qquad (2.1.5)$$

Это – плоская волна, имеющая в строгом соответствии с соотношениями Луи де-Бройля следующие характеристики:

$$\omega = E/\hbar, \ \ \boldsymbol{k} = \boldsymbol{p}/\hbar.$$

Квантовая свободная частица полностью делокализована, как того требует левая формула (1) из соотношений неопределённостей Гейзенберга:

$$(1)\ \Delta p_x \Delta x \geq \hbar, \quad (2)\ \Delta E \Delta t \geq \hbar \qquad (2.1.6)$$

Если функция не является собственной функцией того или иного оператора $\hat{C}$ физической величины, то в таком случае остаётся только возможность вычислить вероятности, с какими будет выпадать при измерении каждое значение измеряемой величины и по этим вероятностям установить (вычислить) её среднее значение [22, с. 185–187].

Всё, что здесь бегло изложено, относится к общепринятым, стандартным положениям квантовой механики. Далее нам предстоит разобраться с рядом важных, не до конца выясненных вопросов, связанных с переходом от нерелятивистского варианта квантовой механики к её релятивистскому аналогу. Первый шаг на пути к этому был сделан, как известно, Дираком, который написал квантово-релятивистское уравнение свободного движения электрона и дал частичное, неполное его решение. О неполноте решения, представленного самим Дираком, можно судить уже хотя бы по тому, что как у Дирака, так и у других авторов, занятых дальнейшими квантово-релятивистскими изысканиями, мы не находим релятивистского варианта соотношений неопределённостей Гейзенберга (2.1.6). Поэтому нет ответа на вопрос, как истолковать, с релятивистской точки зрения, тот факт, что при свободном движении частицы её можно застать, в процессе регистрации, в любом месте на линии движения.

Не лучше обстоит дело с формулой (2) в (2.1.6), т.е. с соотношением неопределённостей для энергии и времени, хотя эту неопределённость пытаются объяснить тем обстоятельством, что при движении частицы в диапазоне высоких скоростей возникает вероятность порождения ею других частиц, из-за чего и наблюдается неопределённость в энергии. С этим можно было бы согласиться, если бы не мешал тот факт, что вновь рождаемые частицы появляются не иначе, как при столкновении исходной частицы с какими-либо другими микрообъектами. Скажем, электрон может аннигилировать, столкнувшись с позитроном, в результате чего рождаются фотоны, и т.п. При рассмотрении же свободного движения электрона такие столкновения исключены по определению. Поэтому надо разобраться с вопросом о том, что означает высказывание о постоянстве импульса частицы при релятивистском выражении её свободного движения.

Ответ на данный вопрос связан с выяснением взаимоотношения двух скоростей: скорости *частицы* (назовём её условно «групповой» скоростью) и скорости изменения фазы соответствующей волны, т.е. фазовой скорости. В чисто релятивистском (не квантовом) случае имеем формулу, в которой отношение энергии к импульсу оказывается равным отношению квадрата скорости света к скорости движущегося тела, т.е.

$$E/p = c^2/v. \qquad (2.1.7)$$

С учётом квантовых взаимоотношений величин получаем

$$uv = c^2, \qquad (2.1.8)$$

где u – фазовая скорость. Формула (2.1.8) получается с учётом равенств Луи де Бройля: $E = \hbar\omega$ и $p = \frac{\hbar}{\lambda}$).

В конкретных же результатах решения уравнения Дирака роль «групповой» и фазовой скоростей (v и u) выполняет их среднеквадратичная величина, совпадающая со скоростью света. Это означает, что равновозможны два варианта: 1) $v < c$, $u > c$; 2) $v > c$, $u < c$. Поскольку нет никаких оснований отбрасывать один из этих вариантов, напрашивается вывод, что состояние свободного движения электрона слагается из двух ингредиентов: из состояния досветового движения и состояния, *аналогичного* сверхсветовому движению, с соответствующими амплитудами вероятности. Амплитуды вероятности позволяют, естественно, вычислить среднюю скорость частицы. Такой вывод напрашивается при анализе полного решения уравнения Дирака, полученного Р. Пенроузом [49, с. 515–529] и автором данной монографии [50, с. 151–178]. Подробное изложение этого анализа читатель найдёт в Приложении № 2; здесь же мы попытаемся объяснить суть вопроса, не прибегая к строгим математическим выкладкам.

Начнём с указания на то обстоятельство, что операторы физических величин в решениях уравнения Дирака сочетаются с четырёхмерными матрицами. Эти матрицы позволяют учесть тот факт, что электрон обладает спином, а спин при движении электрона имеет две проекции на два направления, одно из которых совпадает с импульсом частицы, другое – противоположно импульсу. Тем самым определяется состояние движения электрона, называемое спинором. Для выражения спинора достаточно двухмерных матриц, которые получили название матриц Паули. Однако в математическом плане решение дираковского уравнения возможно только при использовании четырёхмерных матриц. Стало быть, тут появляется ещё один спинор, наличие которого потребовало соответствующей интерпретации. Сам Дирак интерпретировал его как спинор, описывающий движение античастицы, т.е. позитрона. Но, как выявилось впоследствии, такая интерпретация оказалась ошибочной. Пенроуз на этот счёт заявил, что хотя число степеней свободы позитрона тоже скрывается в решениях уравнения Дирака, однако было бы ошибочно считать, что две компоненты уравнения Дирака, составляющие спинор, относятся к электрону, а две другие (т.е. второй спинор) – к позитрону [49, с. 526].

Поэтому, естественно, встаёт вопрос о том, что описывается вторым спинором. Формально физики привычно называют эти два состояния движения электрона спиральностями – правой и левой, – не проводя различий между ними. Однако, по нашему мнению, за различием спиральностей скрываются существенно разные состояния движения электрона (как и любого другого фермиона). Назовём, как это делает Пенроуз, один вариант решения общего уравнения «дираковским», второй – «антидираковским». В первом варианте оператор, совпадающий со своим собственным значением и представленный в виде произведения массы частицы, скорости света и мнимой единицы, подаётся со знаком плюс, во втором варианте – со знаком минус. Эти знаки меняют статус оператора времени. В одном случае соответствующая ему величина времени имеет вещественное значение, в другом – мнимое. После этого достаточно посмотреть на преобразования Лоренца, имеющие инвариант, выражаемый равенством

$$E^2 - p^2c^2 = m^2c^4,$$

чтобы убедиться в том, что в одном случае мы имеем дело с состоянием досветового движения электрона, в другом – с состоянием движения, *аналогичного* движению сверхсветовому.

В классической механике сверхсветовые скорости движения физических тел не допускаются, поскольку никакой вещественный физический объект невозможно разогнать до световой скорости, не говоря уже о том, чтобы превзойти её. В квантовой механике этот запрет не имеет силы ввиду существования квантовых скачков. Так что при движении электрона имеет место скачкообразный переход от одного спинора к другому.

Вообще подход к изучению квантовых явлений в свете фундаментальной онтологии Хайдеггера позволяет вскрыть их ноуменальную, по терминологии Канта, сущность. В этом отношении весьма показательным является приведённое И. [Дж.] фон Нейманом сопоставление характеристик двух фундаментальных процессов $U - U'$. Второй из них, описываемый уравнением Шредингера, подчиняется принципу причинности, непрерывен, (термодинамически) обратим. А первый процесс (процесс измерения), соотносимый с редукцией волновой функции, является необратимым и выпадает за рамки принципа причинности [51, с. 307]. Фон Нейман даёт его оригинальное описание на с. 222–223 своей книги [52], впервые изданной на немецком языке. Мы же сошлёмся для начала на уже существующий перевод данного текста на русский язык, а затем внесём в этот перевод одно уточнение, укажем на погрешность, которая, оставаясь незамеченной, могла в значительной степени исказить смысл авторских суждений.

В русском переводе суждения эти выглядят так: «Различие между двумя этими процессами глубоко фундаментально: даже отвлекаясь от разного поведения относительно принципа причинности, они отличаются и тем, что первый (термодинамически) обратим, а второй – нет.

Сравним теперь эти соотношения с теми, которые действительно осуществляются в природе или при её наблюдении. Во-первых, само по себе безусловно верно, что измерение (квантово-механическое. – *Л. А.*) или связанный с ним процесс субъективного восприятия является по отношению к внешнему физическому миру новой, не относящейся к нему сущностью. Действительно, такой процесс выводит нас из внешнего физического мира или, правильнее, вводит в неконтролируемую, так как в каждом контрольном опыте уже предполагаемую, мысленную внутреннюю жизнь индивидуума ... Однако имеется, несмотря на это, фундаментальное для всего естественнонаучного мировоззрения требование, так называемый принцип психофизического параллелизма, согласно которому должно быть возможно так описать в действительности внефизический процесс субъективного восприятия, как если бы он имел место в объективном, внешнем мире, – это значит сопоставить его этапам физические процессы в объективном внешнем мире, в обычном пространстве <...>» [52, с. 307].

Предлагаемое нами уточнение данного перевода состоит в замене двух терминов «сопоставить» и «этапам» терминами *подчинить* (нем. zuordnen) и *частям* (нем. Teilen). С учётом этих исправлений перевод данного фрагмента из книги фон Неймана на русский язык становится вполне адекватным.

Но что означает высказывание о требовании подчинить физические процессы, происходящие в объективной реальности, *частям* процесса субъективного восприятия? Очевидно, речь идёт о двух частях процесса субъективного восприятия: восприятия непосредственно чувственного, эмпирического, и восприятия того, что имеет место в мыслительной внутренней жизни индивида. Не следует, однако, думать, что присущая этой внутренней жизни бесконтрольность равноценна тому, что фон Нейман изымает её из времени. Он изымает её только из подчинения принципу причинности и, похоже, придаёт ей особый статус – статус, скажем так, экстрафизической, или сверхчувственной, реальности. С точки зрения фундаментальной онтологии Хайдеггера, уподобление сверхчувственной реальности физическому окружению возможно лишь благодаря тому, что их нечто объединяет, и это *нечто* есть (историческое) время. В акте редукции волновой функции происходит поляризация времени на две компоненты: энтропийную и антиэнтропийную, или эктропийную. Энтропийная компонента соотносится с тем, что даётся как раз непосредственно чувственному восприятию в физическом мире; эктропийная же компонента совмещается со сверхчувственной, или интеллектуальной, областью действительности, преломленной в данном случае «мыслительной (gedanklische) внутренней жизнью индивида».

§2. Фундаментально-онтологическое основание двуединой природы физической реальности

Казалось бы, весьма странной выглядит апелляция фон Неймана к субъективному восприятию наблюдателя для объяснения процесса квантово-механического измерения. Однако эту странную видимость можно попытаться устранить, задавшись вопросам о том, чтó стоит за субъективным восприятием. Поскольку фон Нейман разделил его на две части, не исключено, что на высшем уровне субъективного восприятия *субъективно* преломляется (предстаёт) *объективно* существующая сверхчувственная (экстрафизическая), реальность. В. Гейзенберг не сомневался, что такого рода реальность существует и ставил задачу расширить за её счёт понятие физической реальности.

В книге Гейзенберга «Физика и философия. Часть и целое» [55] излагается разговор на данную тему трёх физиков: Г.-П. Дюрра, К.Ф. фон Вайцзеккера и самого Гейзенберга. В центре внимания находится феномен интерферирующих альтернатив в квантовой механике, его физико-математическая структура и обобщение этой структуры на универсальное уравнение поля, над составлением которого Гейзенберг работал в послевоенное время. Вайцзеккер, начиная обсуждение вопроса, высказал следующие суждения. Наша мысль, отмечал он, устроена так, что всегда приходится развёртывать её, начиная с самого простого, с альтернативы «да» и «нет». До тех пор, пока эта альтернатива осмысливается на уровне повседневной жизни, она остаётся бесплодной. Но как только она попадает в дискурс квантовой физики, положение радикально меняется. Помимо ответов «да» и «нет» существуют ещё и другие ответы, находящиеся к данной альтернативе в отношении дополнительности. А именно: устанавливается вероятность одного и другого ответа и, кроме того, фиксируется область интерференции между «да» и «нет», сама по себе обладающая определённой информационной ценностью. «В этом плане, – обратился он к Гейзенбергу, – я хотел бы развернуть структуру, которую Вы фиксируете в уравнении поля и которая в известном смысле даёт как бы первую разметку мира в виде взаимоналожения альтернатив» (цит. по: [56, с. 284–285]).

Гейзенберг, соглашаясь с суждениями Вайцзеккера, представил их в виде намерения выстроить элементарные частицы, а с ними, в конечном счёте, и весь мир, из альтернатив таким же образом, как это пытался сделать Платон, выстраивая свои правильные объёмные тела из треугольников. При этом он заметил, что альтернативы столь же нематериальны, как и треугольники в платоновском «Тимее». И если исходить из логики квантовой теории, то *альтернатива* будет той же основополагающей формой, из которой через повторение возникают другие, более сложные формы. Такой путь рассуждений ведёт от альтернативы к симметрической группе (одной из групп симметрии. – *Л. А.*), связанной с одним или многими свойствами объектов. В свою очередь представители этих свойств суть математические формы, отображающие элементарные частицы, или, иначе говоря, суть *идеи* элементарных частиц. Признавая, что эта универсальная конструкция ему понятна, Гейзенберг далее высказал мнение, что математически точное осуществление подобной программы представляется ему чрезвычайно трудным. Ибо требует высокой абстракции мысли, такой абстракции, какой до сих пор, по крайней мере, в физике, ещё не было. Поэтому остаётся одна надежда – упование на молодое поколение физиков, которому абстрактное мышление даётся легче [56, с. 285–286].

Как далеко продвинулось выполнение конкретизированной гейзенбергсовской программы в самой физике – отдельный вопрос. Здесь мы можем констатировать лишь тот факт, что развитие фундаментальной физики действительно идёт по пути выявления симметрических групп (групп симметрии), посредством которых устанавливается (или должно быть установлено) единство всех четырёх (известных на сегодняшний день) видов физических взаимодействий. Но нас в первую очередь интересует вопрос о философских основаниях данной программы. С этой точки зрения нам представляется, что установка Гейзенберга на платонизм в физике должна быть уточнена и дополнена. Для этого полезно было бы сопоставить две линии метафизических спекуляций – линию Платона и линию Аристотеля, причём сопоставить их в отношении концепции времени. Аристотель определяет время как *меру движения*. В идеальном же мире Платона, к коему апеллирует Гейзенберг, время вообще отсутствует. Платоновские эйдосы, или идеи, не подвержены изменению во времени, они существуют вечно. По этой причине платонизм прижился в математике под именем *реализма*, но большинство физиков относится к нему с явным подозрением. Физическому сообществу в целом ближе аристотелевская линия развития физической и философской мысли независимо от того, в какой мере его представители непосредственно знакомы с трудами самого Аристотеля. И всё же ситуация на философском и теоретическом фронте физики в последнее время стала меняться, меняться по мере знакомства с хайдеггеровской фундаментальной онтологией, с её мировоззренческими принципами.

Напоминаем снова, что Хайдеггер не устранил идеальный мир Платона, но преобразовал его так, что в него вошло (историческое) время. Как уже говорилось выше, этот преобразованный мир он назвал Бытием (Seyn) (в других вариантах – Логосом) и противопоставил его сущему. Если в сущем мы имеем дело с механически-нивелированным временем и открытой формой движения, которую принято называть пространственно-временным движением, то в Бытии, по Хайдеггеру, нет пространства. В Бытии скрытая форма движения и развития отождествляется с самим временем. А такое отождествление имеет место потому, что историческое время несёт на себе бремя всех событий, с ним связанных, без чего оно оказалось бы выхолощенной абстракцией. В этом смысле Хайдеггер и называет время истиной Бытия [3, с. 33]. Историческое время скрывает и открывает истину бытия в «просвете Бытия», и то, что оно, напоминаем, переводит из потаённого в непотаённое, обозначается греческим термином *алетейя*. Все эти вопросы интенсивно обсуждались в переписке между Гейзенбергом и Хайдеггером. В поздравительном письме, направленном Гейзенбергом Хайдеггеру в 1969 году по случаю 80-летнего юбилея философа, физик Гейзенберг упрекнул юбиляра за отсутствие ценностной ориентации Бытия, но лишний раз подчеркнул важность для развития науки экзистенциального видения времени. Естествознание нашего времени, писал он своему адресату, ещё в большей мере, чем в прежние эпохи, есть «образное письмо» и, стало быть, истолкование мира в согласии с идеями. Только образы стали более абстрактными, хотя тем самым также и более простыми. «Кроме того, наша естественная наука намного отчётливее, чем прежняя, напоминает об упорядоченности всего происходящего в природе вокруг единого средоточия, и я не могу не поставить эту отнесённость к центральному порядку в связь с понятием времени» [85, с. 347]. Так были сведены к единству идеи и время, идеи стали жить во времени.

Творчески настроенный физик, соприкасаясь с идейно-временным миром Хайдеггера, с его фундаментальной онтологией, хотел бы конкретнее представить данный мир, определить его в терминах математики и физики. И нам представляется, что единственный способ осуществить такой замысел состоит в построении соответствующей математической или физико-математической модели. Какие же математические средства могли бы оказаться наиболее подходящими для подобного построения? В поисках ответа на данный вопрос уместно будет ещё раз обратиться к некоторым замечаниям Хайдеггера о времени. В статье «Время и бытие» он пишет: «Что *есть* во времени и таким образом определяется временем, называется временным. Мы говорим, когда человек умирает и оказывается взят от здешнего, здесь и там сущего, – он распростился с временным. Временное значит преходящее, такое, что проходит с течением времени» [3, с. 392]. Но время не есть нечто временное, свойство быть преходящим во времени не принадлежит самому времени. Однако поскольку время связано с бытием, поскольку «бытие и время взаимно определяют друг друга» (цит. из [3, с. 392–393]), то вполне оправданы поиски в бытии некоторых фундаментальных процессов, которые были бы наиболее тесно связаны с временем. Физики обычно ссылаются на понятие термодинамической стрелы времени как на показатель того, что у времени есть направление, что ход его от прошлого к будущему необратим и т.п. Однако если о направлении хода времени судить по тенденции возрастания энтропии в обычных изолированных термодинамических системах, то придётся согласиться и с тем, что закону возрастания энтропии, закону хаотизации противостоит принцип упорядоченного развития многих природных и социальных систем [57, с. 338–352]. Ведь процесс возрастания энтропии во всякой замкнутой системе прекращается, когда энтропия достигает максимального значения, а время не останавливает свой ход. Так что время предстаёт в виде двухмерной сущности, т.е. слагается из двух компонент: компоненты энтропийной и компоненты антиэнтропийной, или эктропийной (негэнтропийной, по Бриллюэну).

Кажется, сама Природа изобрела одну специфичную математическую структуру, чтобы посредством её выразить этот двойственный характер времени, временную двухразмерность. Имеется в виду комплексная плоскость. Как известно, комплексным числам, рассматриваемым в чисто алгебраическом плане, на комплексной плоскости соответствуют точки и полярные векторы. Проекция точки (она же проекция соответствующего вектора) на вещественную ось даёт вещественную координату точки, проекция на мнимую ось даёт мнимую координату точки. Интуитивно представляется возможным как-то ассоциировать энтропийную компоненту времени с вещественной, или действительной, частью комплексного числа, а эктропийную – с мнимой. При определённых условиях, о которых будет сказано ниже, эта ассоциация вполне оправдывает себя. Но здесь она является не совсем оправданной, поскольку вещественная и мнимая части комплексного числа суть разнородные величины, и принцип перманентности не позволяет сочетать их в единой сущности времени. Поэтому приходится искать такого их выражения, при котором они не подпадали бы под запрет принципа перманентности.

К счастью, формула Эйлера и формула Муавра позволяют это сделать.

Наглядно это сведение к единству двух частей комплексного числа выглядит следующим образом. Записывается равенство

$$z = a + ib = \rho(\cos\theta + i\sin\theta). \qquad (2.4.1)$$

Согласно формуле Эйлера имеем

$$\rho(\cos\theta + i\sin\theta) = \rho e^{i\theta}. \qquad (2.4.2)$$

В выражении (2.4.2) вещественная и мнимая части комплексного числа представлены двумя циклическими функциями, аргументами которых служит угловая величина θ. Изменение этой величины соответствует вращению полярного вектора комплексного числа либо против движения часовой стрелки, либо в обратном направлении (по часовой стрелке), что представляется соответственно выражениями $z = \rho e^{i\theta}$ и $\bar{z} = \rho e^{-i\theta}$, где $\bar{z}$ – комплексно сопряжённое (по отношению к z) число. Далее, вращение полярного вектора комплексного числа символизируется посредством аксиального вектора, который будем называть для определённости вектором Максвелла (предложено А.П. Флоренским [58, с. 19–20]. Вот с этим вращением, прямым и обратным, мы и соотносим ход времени. На первый взгляд может показаться абсурдной сама мысль, что течение времени может менять своё направление в согласии с изменением направления вращение вектора Максвелла. Однако на квантовом уровне такие скачкообразные повороты вполне возможны и даже неизбежны, что можно продемонстрировать на примере наличия двух дополнительных степеней свободы движения электрона, связанных с его спином.

Выше уже говорилось о том, что две дополнительные степени свободы движения теоретически выявляются при полном решении квантово-релятивистского уравнения Дирака (см. [49, с. 515–529], [50, с. 151–178]). Они прибавляются к двум другим, общепризнанным, спиновым степеням свободы электрона, находящим выражение в том, что проекция спина электрона на направление движения может совпадать с направлением движения или быть противоположно направленной. Естественно, не раз возникал вопрос, что же представляют собой эти две вновь открываемые степени свободы. Говорили мы выше и о том, что физики, в своём большинстве, как правило, не придавали им особого значения, не видели между ними различия, относились к ним чисто формально, именуя левой и правой спиральностями. Однако, согласно нашей трактовке данного вопроса, имеется *существенное* различие между спиральностями в том смысле, что за ними скрываются два состоянии движения электрона как раз в соответствии с энтропийной (вещественной) и антиэнтропийной (мнимой) компонентами времени. Это, конечно, не отменяет тот факт, что спин электрона может проявлять себя как полярный вектор, ориентированный в одном или другом направлении в пространстве. Но он обладает неожиданной спецификой в отличие от многих других квантовых величин. Если, скажем, такие квантовые величины, как координата и импульс микрочастицы, имеют классические аналоги, то спин такого аналога не имеет, хотя, казалось бы, им мог бы быть угловой момент вращения макроскопического тела. Однако, как пишет канадский учёный Дж. Р. Браун, случай со спином ни на что известное не похож. «Электрон ни в каком смысле нельзя рассматривать как действительно вращающийся объект. Не существует системы отсчёта координат, в которой могло бы быть устранено вращение электрона» [59, с. 31].

Чтобы прояснить ситуацию, автор приводит такой пример. Допустим, что некий субъект стоит в центре карусели и вращается с некоторой угловой скоростью относительно земли. Он, конечно же, находится в покое относительно карусели, рассматриваемой в качестве системы отсчёта. Следовательно, он движется в одной системе отсчёта, но неподвижен в другой. «Однако для электрона не существует такой “карусельной” системы отсчёта. В любой системе, какова бы она ни была, он сохраняет своё вращение (spin). Именно поэтому спин называется “внутренним”, поэтому о нём иногда говорят как о подлинном квантово-механическом свойстве, в отличие от других»

[59, с. 31]. В конце концов, Браун задаётся вопросом: если спин электрона не похож на вращение Земли вокруг своей оси, тогда что он такое?

На этот вопрос он отвечает просто: для спина электрона не существует механической модели. С этим, конечно, нельзя не согласиться. Однако в данном высказывании недостаёт позитивного указания на решение «электронной» загадки. Всякая механическая модель есть модель движения в пространстве и времени. Поскольку вращение (спин) электрона нельзя соотнести с пространством, за ним остаётся только время. Так что в свойствах электрона, именуемых левой и правой спиральностью, мы находим отражение (физико-математическую модель) течения времени. Особенно важно не упустить здесь из виду тот момент, что спиральность представляется посредством аксиального вектора.

Далее нам предстоит выяснить, при каких условиях возникает необходимость оперировать понятиями вещественного и мнимого времени. Для этого придётся кратко остановиться на вопросе об ориентации на плоскостях и вообще на двусторонних поверхностях (односторонние поверхности типа ленты Мёбиуса или бутылки Клейна для нас интереса не представляют). Ориентация представляет собой обобщение понятия направления, связанного с прямой, на геометрические фигуры более сложной структуры. Прямая вместе с указанием определённого направления на ней называется *ориентированной.* Аналогично указанию ориентации на прямой каждую замкнутую кривую можно ориентировать или против часовой стрелки, или по часовой стрелки. Для определения ориентации на плоскости берут какой-либо кусок плоскости, ограниченный простой замкнутой кривой (т.е. замкнутой кривой без кратных точек). Учитывают далее то обстоятельство, что кривую можно ориентировать двумя разными способами. Две простые замкнутые кривые на плоскости считаются ориентированными одинаково, если при их обходе по указанному направлению ограниченные ими куски плоскости остаются с одной и той же стороны (в обоих случаях или справа, или слева). Теперь достаточно выбрать на данной плоскости ориентацию одной простой замкнутой кривой, чтобы тем самым определилась ориентация всех остальных таких кривых, лежащих на этой плоскости. Плоскость вместе с определённым выбором ориентации лежащих на ней замкнутых кривых и называется *ориентированной плоскостью.*

Очевидно, что каждая плоскость может быть ориентирована двумя способами. Кроме того, ориентация на плоскости может быть задана при помощи выбора систем декартовых координат. В аналитической геометрии результат расчёта площади треугольника (составление детерминанта из координат его вершин) зависит от направления обхода его вершин. При обходе вершин против часовой стрелки получается положительная величина площади, при противоположном обходе – отрицательная. Аналогично определяется ориентация всякой двусторонней поверхности (см. подробнее в [60, с. 436–437]). Когда же ставится вопрос об одно- или двусторонней ориентации поверхности, то речь идёт о том, сохраняется ли выбранная ориентация при переходе с лицевой стороны поверхности на её изнанку, и наоборот. Для простоты можно себе представить, что ориентация поверхности задаётся расположенной на ней ориентированной окружностью. Если при переносе такой окружности с одной стороны поверхности на другую ориентация её сохраняется, то это означает, что поверхность является односторонне ориентированной. Если нет, поверхность имеет двустороннюю ориентацию.

Такие свойства поверхностей определяются только в рамках проективной геометрии. Так, плоскость Евклида оказывается односторонне ориентированной поверхностью, поскольку каждая прямая на ней имеет одну бесконечно удалённую точку. В бесконечно удалённой прямой смыкаются «края» евклидовой плоскости, поэтому перенос ориентированной окружности с лицевой стороны плоскости на обратную ориентацию окружности не меняет. Другой пример представляет собою мнимая сфера в геометрии Лобачевского. Величины радиусов этой сферы выражаются вещественными числами, а геодезические линии на её поверхности суть ряды мнимых точек, т.е. их длины – мнимые величины. Это есть двусторонне ориентированная поверхность. По тем же самым основаниям и плоскость Лобачевского является двусторонне ориентированной поверхностью. На ней каждая прямая имеет две вещественные бесконечно удалённые точки. Между ними находится мнимый отрезок глобальной геодезической линии, который располагается с обратной стороны от двух бесконечно удалённых вещественных точек, представляющих собой «концы» вещественной не-евклидовой прямой.

Посмотрим теперь, как выглядит решение того же вопроса на комплексной плоскости.

На ней тоже может быть размещена ориентированная окружность, заданная уравнением в комплексных координатах. И к ней применима операция трансформации её в окружность с противоположной ориентацией (например, преобразование левосторонней окружности в правостороннюю). Такое преобразование называется антиконформным преобразованием (иногда его именуют конформным преобразованием 2-го рода). Чтобы его совершить, достаточно перейти от аналитической функции, заданной на комплексной плоскости, к комплексно сопряжённой функции. Если $f(z) = z$, где $z = a + ib$, то соответствующее преобразование будет означать переход от $z = a + ib$ к $\bar{z} = a - ib$. При этом вектор Максвелла меняет своё направление на противоположное.

К этим математическим сведениям следует ещё добавить, что комплексная плоскость удовлетворяет условию непрерывности и односвязности. Свойство односвязности означает, что всякую окружность, расположенную на плоскости, можно стянуть в точку. Легко понять, что, определяя ориентацию комплексной плоскости по ориентации расположенной на ней окружности, мы, при переходе от z к $\bar{z}$, меняем ориентацию всей плоскости.

Таким образом, мы устанавливаем, что переход с одной стороны двуориентированной поверхности на противоположную сторону соответствует антиконформному преобразованию комплексной плоскости. Этому преобразованию на геометрической плоскости в не-евклидовой геометрии соответствует обмен мнимой единицей между величинами отрезков на обеих сторонах плоской поверхности. Действительно, преобразование комплексного числа $x+iy$ в число $x-iy$ можно представить, как преобразование $x+iy \to ix+y$ вместе с дальнейшим трёхкратным поворотом – каждый раз на угол $\pi/2$ – полученного таким образом вектора. Если каждая точка на вещественной стороне плоскости находится во взаимнооднозначном соответствии с мнимой точкой на обратной стороне плоскости, то координата y принимает нулевое значение.

Точно такой же вывод делается и в отношении параметра времени. Только теперь приходится иметь дело не с трёхмерным пространством Лобачевского, а с четырёхмерным пространством-временем специальной теории относительности, т.е. с миром событий Минковского. При этом все наши выводы относительно вещественной и мнимой протяжённости остаются в силе и для временной длительности, ибо, как свидетельствуют геометры, трёхмерная однородная группа (преобразований) Лоренца изоморфна группе движений в двухмерной геометрии Лобачевского. То же самое относится и к четырёхмерной однородной группе Лоренца и группе движений в трёхмерной геометрии Лобачевского [61, с. 493–494].

Поэтому проекцию аксиального вектора на комплексную плоскость просто можно представить в виде точки с координатой z. И тогда числу z будет соответствовать одна спиральность, а числу $\bar{z}$ – противоположная. В четырёхмерном пространственно-временном многообразии теории относительности (мир Минковского) данной операции комплексного сопряжения соответствует переход от вещественной величины времени к мнимой. В классической релятивистской механике мнимая величина времени соотносится с возможностью движения частицы со сверхсветовой скоростью. Однако эта возможность отбрасывается как физически несостоятельная, поскольку не существует средств, которые позволили бы разогнать вещественное тело до скорости, равной скорости света, из-за чего и невозможно преодолеть световой барьер.

Новейшее достижение в понимании физической реальности (результат полного решения квантово-релятивистского уравнения Дирака) позволяет разобраться с вопросом о мнимом времени в квантовой физике. Подробное обсуждение его будет представлено ниже. В заключение же данного параграфа обратимся к образу мышления одного из участников трёхсторонней беседы, о которой сообщает Гейзенберг. Я имею в виду К.Ф. фон Вайцзеккера. Вайцзеккер возвысил свой интеллект до идеального уровня Платона и привнёс туда время. В статье «Физика и философия» он заявил: «Позвольте мне напомнить только одно различие, которое целиком отличает нас от Платона. Для нас время – центральное понятие, для Платона – нет. Правда, у Платона время – крайне важное понятие; здесь я не могу детально обсуждать различия в понимании времени, лишь отмечу, что Платон не создал теорию различия между тем, что я называю фактом и возможностью, или что называется на общепринятом языке различием между прошлым и будущим. Он, конечно, понимает это различие, но его не эксплицирует. Это означает, что необходимо иметь теорию о том, как наши теории развивались во времени; они не только теории *о времени,* они теории *во времени.* Поэтому именно к современной философии относится философия истории и философия истории науки в качестве ее необходимых элементов» [63, с. 125]. Опять-таки, добавляет он, их нет и не может быть у Платона. Их нет даже у Канта. «Здесь тот исток, который проявляется в наше время. Такова одна из задач философии. Если мы пытаемся исследовать это основание философии, кантовской философии и современной физики, то мы обнаружим, что есть возможность их согласования» [там же].

Википедия даёт следующую, более общую, хотя и предельно краткую, характеристику его физического и философского мировоззрения: «По мнению Вайцзеккера, временная структура является условием всякого опыта. При этом прошедшее интерпретируется в категориях действительно-фактического, а будущее – в категориях возможности. Высказывания о будущих событиях могут быть сделаны только в форме вероятностных суждений. Опыт квантовой физики показывает, что суждения о будущем в строгой форме (идеал классической физики) невозможны. Это фундаментальное различие между прошлым и будущим выражает второй закон термодинамики. Вайцзеккер не выводит из этого закона традиционные следствия о возрастании энтропии; если отказаться от каузальной интерпретации будущего, то данное следствие перестаёт быть необходимым».

Вайцзеккер настолько близко подошёл к концепции времени в фундаментальной онтологии Хайдеггера, что ему оставалось только воспользоваться теоретико-вероятностным понятием математического ожидания и указать, что оно может находиться под воздействием не только со стороны прошлого, но и со стороны будущего, находящего отклик в прошлом.

Итак, понятие двуединой природы физической реальности подводит нас к тому, что, изучая физические явления (особенно на квантовом уровне), мы должны учитывать два их аспекта: аспект физический в смысле прежнего понимания науки физики и аспект экстрафизический, открываемый в свете фундаментальной онтологии Хайдеггера. Однако в концепции двуединой природы физической реальности оказалось упущенным из виду одно звено, на которое уже было указано во введении. Сущее, в котором «каждая вещь есть лишь то, чем она считается» (иначе говоря, поддаётся расчёту [3, с. 39]), соотносится у Хайдеггера с пространством-временем и, по умолчанию, с приписыванием свойства непрерывности физической величине действия. Но вот вопрос: как нам быть с физическим вакуумом, который немыслим без квантования действия? Далее будет показано, что и физический вакуум mutatis mutandis должен быть отнесён к сущему.

§3. Проблема реальности физического вакуума

Одним из эвристических моментов при изучении структуры физического вакуума послужила для меня, как автора данной монографии, статья П.А. Флоренского «Скважность», помещённая Флоренским в «*Технической энциклопедии*» [83]. С подробным анализом статьи и соответствующими выводами из неё читатель может познакомиться во второй части книги «Павел Флоренский. Штрихи творческой жизни» [84]. Кратко же суть дела выглядит так.

Скважность, записано в «Технической энциклопедии», есть общее свойство твёрдых тел, выражающееся в существенном (не сводящемся к ошибкам измерения) неравенстве значений занимаемого ими объёма, если последний измеряется разными способами. «Под объёмом физического тела разумеют область непроницаемости, обусловленной присутствием этого тела; понятие об объёме без признака непроницаемости в отношении физического тела не может быть построено. Но признак непроницаемости соотносит понятие объёма с понятием о том конкретном факте, приёме, посредством которого устанавливаются границы области, непроницаемой для данного испытания. Прежде чем будет дано доказательство противного, в каждом частном случае нет оснований утверждать тождественность этих границ при разных приёмах испытания, то есть с помощью энергии в разных её видах» [83, с. 73].

Скважностью называется, таким образом, такая совокупность изъянов физического тела, которая выпадает из его сплошности. Свойства физического тела, указывает Флоренский, зависят не только от количественной пропорции того и другого, но и от объёма и формы отдельных скважин, от их топологических характеристик. «Скважность, – читаем мы далее, – принадлежит к числу наиболее глубоких характеристик физического тела, определяющих его свойства не только в количественном, но и в качественном отношении. При этом решающим здесь оказывается, прежде всего, топологическое строение скважин, а затем соотношение между собой геометрических размеров как скважин, так и целого тела. Геометрией скважин объясняются в весьма большом числе случаев физико-химические явления в физических телах, причём качественный характер этих явлений обусловлен топологией тех изъянов сплошности физического тела, которые в совокупности составляют его скважность, а количественный – их метрикой. В соответствии с указанными обстоятельствами, основания классификации скважин должны быть проводимы по топологическому характеру скважин, по их форме, по величине и числу» [83, с. 75].

Собственно наша эвристическая находка состояла в том, чтобы перенести понятие скважности физического тела на структуру пространства. То есть был поставлен вопрос: имеются в пространстве аналоги скважин в твёрдых телах, и если имеются, тогда что они собой представляют? В поисках ответа надо учесть то обстоятельство, что пространственная протяжённость теоретически отождествляется с континуумом, состоящим из несчётного множества точек, идентифицируемых, в свою очередь, с рациональными и иррациональными числами. Мощность континуума всегда такова, что её можно оценить любым из алефов на шкале конечных и трансфинитных чисел, лишь бы оставались промежутки (hiatus) между точками. Вот эти хиатусы и были представлены как *скважины* в пространстве. Чем оправдывается введение данного термина по отношению к пространству? Тем, что слово *скважина* по смыслу своему передаёт идею не просто наличия дырок в пространстве, а именно скважин, из которых нечто извлекается или проистекает. Забегая несколько вперёд, скажем: вакуум действительно проявляет себя на поверхности пространства, воздействуя на расположенные в нём (микро)объекты. Двойственный характер структуры, присущей компаунду *пространство + физический вакуум*, позволяет сделать вывод, что пространство и физический вакуум находятся в отношении дополнительности друг к другу (в смысле идеи дополнительности Н. Бора).

Имеется подтверждение данного положения в рамках теории квантованных полей. Оно будет изложено несколько ниже. А пока нам предстоит ответить на следующий вопрос: если с переходом в стихию физического вакуума утрачиваются *в целом* пространственно-временные атрибуты физических объектов, тогда как обстоит дело с течением времени, взятого отдельно от пространства? До сих пор данный вопрос решён не был. Дирак его затрагивал, но только косвенно, в рамках понятий стационарных и нестационарных состояний квантовых систем. В статье «Электроны и вакуум» (1957) он писал, что трудность этого вопроса связана как раз с понятием состояния. Дело в том, что при всех условиях состояние физического вакуума есть основное состояние, т.е. состояние с наименьшей энергией. Как основное *стационарное* состояние оно, по определению, не зависит от времени. Но в квантовой механике, замечает он, не может быть такого состояния: оно должно описываться тем или иным соответствующим решением уравнения Шредингера. До сих пор, однако, «никому не удалось построить такое решение уравнения, которое дало бы возможность описать состояние физического вакуума» [53, с. 435].

Стационарными состояниями в квантовой механике называются, вообще говоря, такие состояния, при которых вероятности значений физических величин и их средние значения не зависят от времени. Решение уравнения Шредингера, при условии, что гамильтониан, стоящий в уравнении, явно не зависит от времени, даёт ансамбль таких состояний. Пример – состояния электрона в атоме водорода. Вместе с тем основное состояние электрона означает, что электрон находится на «самой нижней орбите» при минимуме потенциальной энергии. Недостаток суждений Дирака состоит в том, что он статус конфигурационного пространства, заполненного частицами и описываемого уравнением Шредингера, пытается распространить на стихию физического вакуума. Но из этого ничего не получается, поскольку в вакууме нет частиц, существующих не иначе, как в пространстве. Потому-то вакуум и нельзя описать посредством уравнения Шредингера.

В статье «Физическая интерпретация квантовой электродинамики» (1968) Дирак повторяет то же самое: вакуум – стационарное состояние с низшей энергией. И в таком состоянии, казалось бы, никаких временных изменений быть не может, поскольку энергия остаётся неизменной. Однако следует заметить, что энергия не является единственным показателем временных изменений. Напоминаем, что в термодинамике тепловая энергия имеет две составляющие – энтропию и (абсолютную) температуру, – так что величина тепловой энергии представляет собой произведение двух этих величин. Было бы неосмотрительно пренебрегать термодинамическим аспектом физической реальности и не видеть того, что стихия физического вакуума обладает именно таким аспектом. Физический вакуум – квантовый объект. А собственно квантовая физика начинается с формулы Макса Планка, описывающей равновесное распределение энергии излучения абсолютно чёрного тела по частотам излучения (детальный анализ формулы см. в Приложении № 3). Поскольку каждой частоте соответствует квант электромагнитной энергии, планковская формула даёт рецепт, как подсчитать количество фотонов, перепадающих на ту или иную частоту излучения. Но самое главное в ней состоит в том, что в правой части формулы выражается зависимость от экспоненты $\exp\left(\hbar\omega/kT\right)$, где k – константа Больцмана, T – абсолютная температура. Как видим, константа Больцмана k входит в физико-математический формализм квантовой теории наряду с универсальной постоянной Планка $\hbar$. Более того, тут же видно, что энтропия квантуется, её минимальное значение равно k.

Если теперь допустить, что состояние физического вакуума характеризуется температурой, тогда возникнет вопрос о значениях этой температуры. Ведь известно, что абсолютная температура, отсчитываемая по шкале Кельвина, может принимать положительные и отрицательные значения. Поэтому следовало бы провести термодинамическую калибровку вакуумной среды и выяснить, какая температура (заодно с энтропией) ей присуща.

Один из вариантов этой калибровки состоит в следующем. Из теории чёрных дыр известно, что величина присущей чёрной дыре энтропии оценивается величиной площади окружающей её (двухмерной) шварцшильдовской поверхности. Поэтому можно попытаться построить геометрическую модель абсолютной температуры, взяв в качестве основания для такого построения плоскость проективной геометрии, а затем воспользоваться готовыми геометрическими выкладками. И мы такие выкладки находим. В своё время немецкий геометр К. Штаудт (1798–1867) показал, что имеется возможность создать проективную модель комплексного числа на вещественной плоскости вместе с комплексно сопряжённым, по отношению к нему, числом. Процедура построения модели подробно описана в работе Ф. Клейна [86, с. 191–197]. При сокращённом же изложении суть её построения выглядит так. Берутся две комплексно сопряжённые точки P и $\overline{P}$ с однородными координатами $\xi = \xi_1 + i\xi_2$, $\eta = \eta_1 + i\eta_2$, $\tau = \tau_1 + \tau_2$ и $\overline{\xi} = \xi_1 - i\xi_2$, $\overline{\eta} = \eta_1 - i\eta_2$, $\overline{\tau} = \eta_1 - i\eta_2$. Точка P заменяется двумя точками P_1 и P_2 с вещественными координатами (ξ_1, η_1, τ_1) и (ξ_2, η_2, τ_2). Эти две точки образуют прямую g (выписывается её уравнение). На этой прямой усматривается расположение и вещественных образов точки $\overline{P}$. По условиям выполнения задачи комплексные координаты точки P умножаются на произвольное комплексное число $\rho = \rho_1 + i\rho_2$, в результате чего получаются два других вещественных образа точки P: P_1' и P_2'. Эти последние можно заставить перемещаться по выделенной прямой g посредством вариации параметра λ, изменяющегося в зависимости от изменения комплексного числа ρ. Преобразование точек P_1 и P_2 в штрихованные точки называется инволюцией на прямой. Для точки P инволюция будет означать, что параметр λ принимает значения $\lambda = 0$, $\lambda > 0$, $\lambda = \infty$, $\lambda = -\infty$, $\lambda < 0$, $\lambda = 0$. Для комплексно сопряжённой точки $\overline{P}$ движение по прямой будет обратным, с переходом от $+\infty$ к $-\infty$.

Как нетрудно заметить, эта проективная модель совпадает с известной математической моделью изменения температуры по шкале Кельвина вместе с наличием скачка от положительной температуры к отрицательной в области бесконечности, где совершается переход от

$T = +\infty$ к $T = -\infty$. Если далее исходить из вполне естественного допущения, что пространственно-временной континуум наполняется материей, состояние которой характеризуется в целом положительной температурой, то состояние физического вакуума предстанет как состояние с отрицательной температурой. Появляется возможность по изменению температуры судить об энтропийном и антиэнтропийном течении времени. Вместе с тем становится понятно, что оба состояния физической реальности – пространственно-временной континуум и физический вакуум – находятся в отношении дополнительности, которое находит выражении в комплексном сопряжении двух комплексных чисел или функций. Вакуум не есть пространство, как и пространство не есть вакуум. Но эти противоположности соразмерны (едины) по термодинамическим и временным показателям. Время не устраняется из вакуума, но о его течении в данной среде можно судить по изменению отрицательной температуры и энтропии. (Напоминаем, что произведение этих двух отрицательных величин даёт положительную величину энергии.)

В чисто техническом плане боровская идея дополнительности проявляется посредством наличия некоммутирующих операторов канонически сопряжённых физических величин. Исходя из наличия двух таких операторов в теории квантованных полей и выносится, в свою очередь, суждение об отношении дополнительности между пространством-временем и физическим вакуумом.

Несколько пояснительных слов о том, как всё это выглядит конкретно. Выражение «теория квантованных полей» означает, что в ней изучается множество полей в зависимости от сорта частиц. Имеется в виду электронно-позитронное поле, протон-антипротонное, электромагнитное поле, квантами которого служат фотоны и т.д. Процедура соотнесения частиц с соответствующими полями называется вторичным квантованием. В книге А. Гриба «Концепции современного естествознания» [54] находим такое разъяснение: при построении теории многих частиц советским физиком В.А. Фоком было введено важное понятие фоковского квантования поля. В результате развития этой теории появилось новое понятие локального квантованного поля. Оказалось, что каждой частице можно сопоставить не только волновую функцию, но и особое поле, зависящее от точки в пространстве и времени. Оперирование с четырёхмерным пространством-временем позволяет ввести понятие плотности тока частиц по аналогии с электромагнитным полем для фотонов.

Далее Гриб пишет: «Понятия частицы и её квантованного поля находятся в отношении дополнительности. Операторы числа частиц и тока частиц и античастиц не коммутируют. Поэтому одновременно они не существуют: если измеряется определённое число частиц, то при этом не существует их квантованное поле, если существует поле, то не существует определённого числа частиц» [54, с. 171]. А затем делается вывод, что при нулевом числе частиц (а это число, стало быть, определённое) не может не существовать отличное от нуля значение поля. Это поле и отождествляется с физическим вакуумом. Считается, что вакуум является единым для всех сортов частиц. А существование частиц есть как раз показатель существования пространства-времени.

Фоковский метод квантования поля введён для описания взаимодействий элементарных частиц. С той же целью Р. Фейнманом был предложен другой метод – метод фейнмановских диаграмм и виртуальных частиц. Могло создаться впечатление, что в этой теории физическому вакууму места не остаётся. Электромагнитное взаимодействие между электрически заряженными элементарными частицами – электронами и позитронами – описывается здесь как обмен виртуальными фотонами. Однако виртуальные фотоны должны заранее «знать», какую функцию им предписано выполнять: расталкивать ли частицы, когда они имеют одинаковые заряды, или притягивать – в случае противоположных зарядов. Было бы невозможно понять суть этого распознавания, не обращаясь к физическому вакууму.

Но главный вывод о сущности физического вакуума состоит в том, что этот вид физической реальности относится к сущему, хотя его нельзя помыслить без учёта дискретности действия, без учёта существования кванта действия, численно равного постоянной Планка h.

ЧАСТЬ ТРЕТЬЯ

ФУНДАМЕНТАЛЬНО-ОНТОЛОГИЧЕСКИЙ ПОДХОД К ДОСТИЖЕНИЮ СИНТЕЗА МАТЕМАТИЧЕСКОГО УНИВЕРСУМА И ФИЗИЧЕСКОЙ РЕАЛЬНОСТИ

§1. Хайдеггеровская концепция полноты бытия как средство выражения синтеза математического универсума и физической реальности

Мы уже близко приблизились к пониманию того, что, согласно Хайдеггеру, синтез математического универсума и физической реальности достигается не иначе, как на языке математики. Но имеется в виду не та математика, которая используется, по выражению Хайдеггера, в «современной математически отлаженной технике»; не та математика, которая подвергает расчёту сущее, отклоняя его от того, первоначально понимаемого сущего, которое мы находим у античных греков, у Парменида и у других древнегреческих философов [63, с. 265]. Есть математика высшего типа, и к ней обращается Хайдеггер, о чём можно судить по содержанию его книги «Что зовётся мышлением?» [64]. Критерием её отличия от упрощённого понимания математики служит присущее ей родство с *поэзией*. В этих рамках синтез математического универсума и физической реальности предстаёт как синтез Бытия и сущего. Вот как предельно кратко формулирует автор суть этого синтеза книге «Что зовётся мышлением?»: «Когда мы говорим “бытие”, то это означает “бытие сущего”. Когда мы говорим “сущее”, то это означает: сущее относительно бытия. Мы говорим всегда *из* двусложности. Последняя всегда уже пред-дана, для Парменида, так же как для Платона, Канта или Ницше. Двусложность раскрыла уже область, внутри которой отношение сущего к бытию становится представимым» [64, с. 247].

Предпосылка синтеза – двусложность. Но переход от одного аспекта двусложности к другому есть переход *трансцендентный* [64, с. 247].

Попытаемся пояснить эту двусложность и этот трансцендентный переход, снова обращаясь к более привычному для всех специалистов в области математики языку – языку математической теории множеств, или классов. Снова напомним о проблеме, с которой сталкивается человек, приступающий к изучению данной математической дисциплины мысли, о проблеме разрешения противоречия, представленного в антиномии, известной как антиномия Рассела. Антиномия связана с установлением предметной области теории, т.е. с ограждением наполняющих её множеств нормальных от множеств «непотребных», ненормальных. Нормальными множествами называются множества, которые не являются собственными членами. Ненормальные – те, которые входят в свой «объём» наряду с другими членами. (Так, к примеру, скажем, множество больших планет Солнечной системы не является планетой и не входит само в себя, стало быть, оно нормально; а вот множество всех понятий само является понятием и потому, будучи собственным членом, ненормально.) Посредством элементарных, безукоризненно правильных, логических рассуждений мы убеждаемся, что множество всех нормальных множеств и нормально, и ненормально.

Но как получается такое противоречивое определение данного объекта? Чтобы ответить на данный вопрос, для начала следует учесть, что всякое родовидовое определение может быть представлено в виде суждения determinatio est negatio (определение есть отрицание). Отрицанием здесь выражается то обстоятельство, что за рамки данного вида выносятся все индивиды рода, не входящие в данный вид. В случае множества всех нормальных множеств дело обстоит несколько иначе. В определении есть отрицание, но не обозначен род, из которого выделяется множество всех нормальных множеств. Определение авторефлексивно, что значит, что оно состоит из самоотнесения с наличием отрицания. Но что в таком случае находится за пределами определяемой нами предметной области? Прямой ответ: ничто! На теоретико-множественном языке это «ничто» находит выражение в понятии пустого множества. Утверждение же *существования* (под знаком квантора существования) пустого множества позволяет разрешить расселовскую антиномию.

Более подробное разъяснение на сей счёт читатель найдёт в авторской монографии [65]. Здесь же важно заострить внимание на том обстоятельстве, что мы имеем математическую модель хайдеггеровской двусложности. Один её аспект представлен антиномическим противоречием, другой – пустым множеством. Попытка суждения о связи этих аспектов с позиции логического закона исключения третьего была бы неправомерной. Просто надо видеть, что одно и другое находятся здесь в отношении дополнительности (в смысле идеи дополнительности Н. Бора).

Последовательное развёртывание мысли, сконцентрированной в метафизике Хайдеггера, убедительно подтверждает адекватность представленной нами математической модели. Когда метафизика спрашивает: что есть сущее? – она тем самым вопрошает о бытии сущего [64, с. 82]. Бытие сущего для западной метафизики (с самого начала западного мышления) осмысливается как присутствие. Присутствие мыслится как пребывающее настоящее, как постоянно существующее «теперь». Средневековое мышление, пишет Хайдеггер, говорит: nunc stans. «Это, однако, истолкование вечности» [64, с. 84]. Такое истолкование отчасти исходит от Платона с его эйдосами или идеями. «Идея по Платону составляет бытие сущего» [64, с. 197]. Но каким образом совершается переход от бытия сущего к Бытию в метафизике самого Хайдеггера? Он отсылает к высказыванию Парменида, которое гласит: «Нужно сказывать и мыслить, что сущее есть» [64, с. 162]. Соглашаясь с этим тезисом, Хайдеггер вместе с тем заявляет: «Метафизика – это вопрошание сверх сущего, за его пределы, так, что мы получаем после этого сущее для понимания как таковое и в целом» [3, с. 24]. С точки зрения обычной логики выход за пределы сущего требует операции отрицания (пусть даже в гегелевском смысле – в смысле «снятия»). Почему же Хайдеггер не говорит об этом? Потому что операция отрицания у него обретает смысл как производное от Ничто, которое в свою очередь представляет собой результат выхода за пределы сущего [34, с. 19]. Его слова: «Будем утверждать: Ничто первоначальнее, чем Нет и отрицание», символизируют радикальный переворот в западной метафизике.

Так, может ли быть сомнение в том, что в метафизическом Ничто Хайдеггера мы находим аналог пустого множества, фигурирующего в математическом универсуме? В заметке, озаглавленной «Послесловие к: “Что такое метафизика?”», Хайдеггер писал, что Другое всему сущему есть не-сущее. «Но это Ничто пребывает как бытие. Мы слишком поспешно отказываемся думать, когда в дешёвом объяснительстве выдаём Ничто за голую ничтожность и равняем его с безбытийным. Вместо такой скороспелости пустого остроумия и отказа от загадочной многозначности Ничто мы должны вооружить себя для единственной готовности – ощутить в Ничто вместительный простор того, чем всему сущему дарится гарантия бытия» [3, с. 38].

Во вместительный простор суждений о Ничто входит выяснение логико-лингвистического статуса термина *есть*. По этому поводу возникает вопрос, должны ли мы ставить «есть» в один ряд с такими логико-лингвистическими связками, как «и», «или», «не», «если, ...то» и другими? Этим вопросом интересовался в своё время Б. Рассел, пытаясь выяснить статус существования математических объектов и обосновать их логическое происхождение. В предисловии ко второму изданию своих «Принципов математики» (первое издание увидело свет в 1903 году) он ставил решение этого вопроса в зависимость от ответа на три других вопроса (вопросы о статусе логических констант). Во-первых, имеются ли такие вещи? Во-вторых, как они определяются? В-третьих, имеют ли они место в предложениях логики? Из этих вопросов, указывал он, первый и третий в высшей степени неопределённы, но их различные значения могут выясниться в порядке небольшого обсуждения. Так, на первый из них можно дать совершенно определённый утвердительный ответ: в лингвистике или символическом выражении логических предложений имеются слова или символы, которые играют постоянную роль, т.е. вносят один и тот же вклад в значимость предложений, где бы они ни ставились. «Таковыми, например, являются “или”, “и”, “не”, “если, ...то”, “нуль-класс”, “0”, “1”, “2”, ...». [66; IX]. Трудность состоит в понимании того, которые из них можно было бы рассматривать как «несовершенные копии небесного прототипа».

Ни один, говорит Рассел, даже самый ревностный платонист не допустит, что совершенное «или» находится на небе, и что «или» здесь на земле являются несовершенными копиями небесного прототипа [66; IX]. С числами и классами, признаётся он далее, дело обстоит не так просто. Если раньше автор верил в их платонистскую реальность, то позже с такой верой расстался и изобрёл для чисел и классов понятие неполных символов. (В «Principia Mathematica» говорится: «Символы для классов, подобно символам для дескрипций, являются в нашей системе неполными символами; их употребление определяется, но не предполагается, что сами они означают что-либо вообще. Таким образом, классы, как мы их вводили до сих пор, суть просто символические или лингвистические соглашения, а не подлинные объекты» [67, с. 71–72].

С точки зрения хайдеггеровской фундаментальной онтологии, вероятно, можно было бы назвать логические константы неполными символами, но к их числу нельзя отнести бытийную связку *есть*. Связка эта (как бытийная связка) не относится к внутренней структуре языка, ибо она символизирует Бытие, которое служит истоком человеческого языка в целом.

А это целое включает в себя и язык логики, и язык математики. Хайдеггер называет язык сказом бытия. Только на место математики он везде ставит поэзию. «Всякая существенная речь, – пишет он, – вслушивается в эту взаимопринадлежность сказа и бытия, слова и вещи. Обе, поэзия и мысль, суть единственный сказ, ибо они вверены таинству слова как наиболее достойному своего осмысления и тем самым всегда родственно связаны друг с другом» [3, с. 321].

Но почему Хайдеггер воздерживается от суждений о поэзии *математического творчества*? Причина этого нам видится в том, что его отвращала от себя текущая *философия* математики, поданная в виде логицизма и формализма. Демонстрацию её мы находим, например, в статье С.М. Улама «Физика для математики» [68]. Психологически, заявлял Улам, имеется различие между математиками и физиками, но, я думаю, его можно было бы смягчить в следующем смысле. Могут сказать, что математики начинают с аксиом, об истинности (validity) которых они не спрашивают, что это просто игра – «большая игра», как назвал её Гильберт, – которую мы ведём по определённым правилам, начиная с утверждений, которые мы не можем анализировать далее. Если в отношении математики это верно, то в физике ситуация обратная. При данном множестве фактов, будем называть их теоремами, мы ищем аксиомы, т.е. физические законы, из которых они бы следовали. Таким образом, физика является обратным процессом. И в самой математике вы могли бы думать о такой игре: при некоторых данных теоремах, сформулированных в некоторой правильно построенной нотации или алгебре, найти лежащие в основе аксиомы. В эту игру не играют, и я скажу вам, почему; потому что идея алгоритма и формализации того, что мы называем определённой теорией уравнений, является очень новой. Так что математики никогда не колебались в создании своих собственных объектов» [68, с. 117].

Как видно, автор желает поведать, что математики не колебались в создании своих собственных объектов потому, что ими были недостаточно освоены методы алгоритмизации и формализации. Однако ситуация изменится, когда эти методы будут освоены, чему помогут компьютеры. Но ведь это и есть та самая техника вычислений, которую Хайдеггер соотносит с сущим, оторванным от Бытия.

В своей книге «Основные понятия метафизики» Хайдеггер утверждает, что метафизическое (философское) мышление есть мышление в предельных понятиях, охватывающих целое и захватывающих экзистенцию [69, с. 31]. Предельные понятия – это понятия, описывающие отношение между сущим и Бытием, понятия, наделённые экзистенциальным смыслом, т.е. смыслом, указывающим на существование того, что ими обозначается. Поскольку время в фундаментальной онтологии Хайдеггера имеет экзистенциальный статус, его проекция на математический универсум и физическую реальность и позволяет установить их единство, синтезировать посредством предельного перехода. Как конкретно выглядит этот предельный переход, проще всего показать на примере установления связи между миром Минковского и физическим вакуумом.

Итак, обратимся снова к вопросу о том, что представляет собой физический вакуум.

Нам представляется, что рассмотренное выше (в общих чертах) полное решение квантово-релятивистского уравнения Дирака содержит ответ на данный вопрос. Замечание Пенроуза, что число степеней свободы позитрона тоже скрывается в решениях уравнения Дирака, означает, что два описанных выше спинора, относящихся к движению электрона, можно преобразовать таким образом, что как раз получатся два спинора, описывающих движение позитрона. (Эта процедура состоит в смене знака у мнимой единицы на противоположный во всех членах двух равенств, являющихся результатом полного решения дираковского уравнения, что проделал сам Дирак, но только в отношении одного спинора.) Теперь надо сказать о том, что позитронный двуспинор отличается от электронного не только тем, что заряды частиц одного и другого противоположны, но и тем, что при переходе от электронного двуспинора к позитронному имеет место изменение спиральности: правая становится левой, и наоборот. Этот факт свидетельствует о том, что при полном решении уравнения Дирака мы получаем связку (сцепление) двух двуспиноров. Наличием этого сцепления определяется нулевое состояние электронно-позитронного квантового поля – физического вакуума. Если же сцепление спиноров разрушается, электрон и позитрон обретают состояние свободного движения в пространстве-времени мира Минковского.

Обращаться к фундаментальной онтологии Хайдеггера нам приходится не для того, чтобы объяснить описанный здесь феномен симметрии физического вакуума, а для того чтобы объяснить «спонтанное нарушение» симметрии этой особой среды. Приведём пример того, как физики воспринимают феномен симметрии физического вакуума и её нарушение. Сошлёмся, в частности, на статью Т.Д. Ли «Возможная новая форма материи при высокой плотности». Он констатирует, что в физике вакуум определяется как самое низкое по энергии состояние системы. По определению он имеет нулевой 4-вектор энергии-импульса. И в большинстве трактовок квантовой теории поля чаще всего вакуумное состояние используется только для того, чтобы позволить физику выполнить математический конструкт гильбертова пространства. Из вакуумного состояния физик строит одночастичное состояние, затем двухчастичное состояние и т.д., надеясь, что результирующее гильбертово пространство в конечном счёте будет похоже на нашу вселенную. «Тем не менее, могут спросить: что есть это вакуумное состояние? Имеет оно сложную структуру? Если так, может часть этой структуры изменяться? Со времени формирования теории относительности, после падения классической концепции эфира, мы знаем, что вакуум является лоренц-инвариантным. По крайней мере, мы знаем, что вращение и изменение системы отсчёта не изменит вакуума. Однако одна лишь лоренц-инвариантность не гарантирует, что вакуум необходимо прост» [70, с. 65–77].

К симметрии, обусловленной лоренц-инвариантностью, мы теперь добавляем электронно-позитронную симметрию – строгую симметрию электронного и позитронного двуспиноров. И естественно, возникает вопрос, как совместить эту симметрию с фактом асимметричной Вселенной. Попытку ответить на этот вопрос мы находим в статье Ф. Вильчека «Космическая асимметрия между материей и антиматерией» [71]. Современные теории взаимодействий между элементарными частицами, пишет автор, предполагают, что Вселенная может существовать в различных фазах, которые в некотором смысле аналогичны жидкой и твёрдой фазам воды. В различающихся фазах свойства материи различны, например определённая частица может быть безмассовой в одной фазе, но массивной в другой. Физические законы более симметричны в одних фазах, чем в других, точно так же, как жидкая вода более симметрична, чем лёд, в котором кристаллическая решётка выделяет определённые точки и направления в пространстве. «В этих теориях наиболее симметричная фаза Вселенной обычно оказывается нестабильной» [71, с. 164].

Кого может убедить фраза, что в этих теориях «наиболее симметричная фаза Вселенной обычно оказывается нестабильной»? Но всё же одно его замечание, вскользь брошенное в тексте статьи, кажется, приоткрывает нужный путь поиска истины в данном вопросе. Ответ на него, говорит он, напоминает ответ на древний вопрос: «Почему есть нечто, а не ничто?». – «Потому что “ничто” неустойчиво» [71, с. 165]. В свете хайдеггеровской фундаментальной онтологии нет того «ничто», которое не находилось бы под властью (исторического) времени. Этой власти нельзя избежать, если в качестве «ничто» представить физический вакуум. Следует, к тому же, помнить, что, с другой стороны, «ничто», как пустое множество в математике, находится в единстве с противоречием-антиномией. Так что симметрия заведомо сочетается с асимметрией и не существует отдельно от неё. Во всём этом мы видим путь восхождения к хайдеггеровскому Бытию с его историческим временем, наделённым функцией творческой диссимметризации Вселенной. В этом нас наглядно убеждает описанный выше метод решения проблемы физического вакуума.

§2. Космологический аспект синтеза: принцип единства микрокосма и макрокосма

Погрузив мир Минковского и физический вакуум в стихию открытого Хайдеггером единого исторического времени, мы хотели бы извлечь из опыта этого погружения возможные ориентиры для построения космологической картины мироздания. Эта попытка в какой-то мере отражена в нашей статье «Хайдеггер и современная космология» [72]. В ней показано, чем отличается хайдеггеровский подход к космологическому мировидению от современной, назовём её официальной, космологии. В официальной космологии время начинает свой ход от некоторой нулевой точки, с которой ассоциируется начало Вселенной. При этом не имеет значения, что в позднейших моделях Вселенной её возникновение описывают как всплеск физического вакуума. Всё это выглядит так, как будто бытие физического вакуума прозябает без времени. Согласно философской позиции Хайдеггера у времени нет ни конца, ни начала. Время остаётся даже при переходе от сущего к *Ничто*, т.е. тогда, когда мы исключаем из рассмотрения пространственно-временное бытие материи и физический вакуум. О том, чтобы лишить физический вакуум времени, не может быть и речи.

Другой существенный момент в новом подходе к вселенскому мировидению состоит в том, что космологическую картину мироздания невозможно построить, не обращаясь к хайдеггеровской концепции вот-бытия (Daseyn). Концепция Daseyn наследует античный принцип единства микрокосма и макрокосма, который в XX столетии возродился к новой жизни. Его возрождению особенно способствовал П.А. Флоренский. Различными путями, писал Флоренский, мысль приходит всё к одному и тому же признанию: идеального сродства мира и человека, их взаимообусловленности, их пронизанности друг другом, их существенной связанности между собой. Человек и Природа (Вселенная) взаимно подобны и внутренне едины. «Человек – малый мир, *микрокосм*, *μικροκοςμος*. Среда – большой мир, макрокосм, *μακροκοςμος*. Так говорится обычно. Но ничто не мешает нам сказать и наоборот, называя Человека макрокосмом, а Природу микрокосмом: если и он, и она бесконечны, то человек, как часть природы, может быть равномощен со своим целым, и то же должно сказать о природе как части человека» [73, с. 440–441].

Гегель как-то пренебрёг своими спекулятивными философскими изысканиями и высказал такое здравое суждение: «...кто разумно смотрит на природу, на того и природа смотрит разумно; то и другое взаимно обусловливают друг друга» [74, с. 12]. Разумные функции выполняет у человека его церебральная система, причём имеет место функциональное различие (асимметрия) между левым и правым полушариями человеческого мозга. В соответствии с принципом единства микрокосма и макрокосма вполне логично предположить, что двойственная структура церебральной системы человека находит своё отражение в (двойственной) структуре Вселенной. В этом параграфе мы ставим задачу определить, насколько оправдано данное, всего лишь спекулятивное, на первый взгляд, предположение. Для этого нам потребуется хайдеггеровскую аналитику Daseyn (используется термин Daseyn вместо Dasein в контексте более поздней редакции автора. – *Л. А.*). (см. [9, с. 186]) дополнить универсально значимым принципом диссимметрии, известным под именем его автора Пьера Кюри.

Принцип Кюри гласит: «Если определённые причины обусловливают появление определённых результатов, элементы симметрии причины должны повторяться и в результатах. Если определённое состояние проявляет определённую диссимметрию, то, значит, эта диссимметрия может быть найдена также в причинах, вызвавших это состояние. В обратном смысле эти положения не оправдываются, по крайней мере, практически, так как полученные результаты могут быть симметричнее, чем причины».

Надо сказать, что Пьер Кюри открытый им принцип (его точнее было бы назвать принципом симметрии/диссимметрии) распространял на все природные явления, и эта экстраполяция до сих пор вполне оправдывает себя, поскольку неизвестно никаких фактов, которые бы ему противоречили. А при анализе идеи единства микрокосма и макрокосма как раз важно выяснить, насколько правдоподобна гипотеза о том, что церебральная диссимметрия обусловлена диссимметричной структурой Вселенной. Ведь в планетных масштабах причина церебральной диссимметрии человека хорошо просматривается. Она заключается в феномене диссимметризации Земной биосферы, который открыл В.И. Вернадский. (Если говорить конкретнее, он показал, что свойством диссимметрии обладает пространство живого вещества.) Но этот же феномен mutatis mutandis имеет место и в антропосфере (как части Земной биосферы). Его антропосферные атрибуты превосходно описаны в книге С. Спрингера и Г. Дейча «Левый мозг, правый мозг» [75], на ключевых идеях которой здесь полезно будет специально остановиться.

Авторы сначала перечисляют ряд парных характеристик, присущих организации умственной работы в левом и правом полушариях мозга, а затем показывают, что в устанавливаемых таким образом различиях и противоположностях того и другого отражается различие между способами мышления, принятыми на Западе и Востоке.

Вырисовывается следующая картина.

Левое полушарие	Правое полушарие
Процессы:	
Вербальные	Невербальные, зрительно-пространственные
Последовательные, временные	Одновременные, пространственные
Дискретные	Непрерывные
Рациональные	Интуитивные

Завершается она противопоставлением западного техницизма, приписываемого соответственно левому полушарию мозга, и восточного мистицизма [75, с. 204]. Можно было бы усомниться в том, насколько уместна здесь заключительная дихотомия. Однако различия в умственной организации человека западного и человека восточного наблюдались ещё до того, как эмпирическим способом были установлены аналогичные различия в работе левого и правого полушарий мозга. Это дало право Р. Орнстейну в книге «Психология сознания» сделать следующие выводы:

1) мужчины и женщины западных цивилизаций используют только половину своего мозга и, следовательно, половину умственного потенциала;

2) функции правого полушария игнорируются в интеллектуальной работе людей западных цивилизаций, но они эффективно используются в культуре, мистицизме и религиях Востока;

3) есть поэтому смысл отождествлять функции левого полушария мозга с мышлением рационалистического, технологического Запада, а функции правого полушария – с мышлением интуитивного, мистического Востока.

С этими выводами согласны и авторы книги «Левый мозг, правый мозг», которые ссылаются не только на Орнстейна, но и на мнения других западных учёных, отстаивающих данную точку зрения. А для нас они ценны в том отношении, что наталкивают на следующий вопрос: насколько важно учитывать символику *левого* и *правого* при построении космологической модели Вселенной? Найдётся ли место в структуре Вселенной для аналогов левого и правого полушарий церебральной системы человека? Если да, тогда что представляют собой эти аналоги? По тому, что и как нам известно к настоящему времени, по сведениям, заимствованным из области квантовой физики, астрофизики, из ряда космологических обобщений астрофизических фактов, можно сделать вывод, что функцию данных аналогов выполняют две ипостаси вселенского бытия: левосторонняя и правосторонняя ипостаси Вселенной. Левосторонняя ипостась – это наблюдаемая Метагалактика, правосторонняя ипостась – физический вакуум.

Взгляд на вселенское мироздание сквозь призму этих двух ипостасей может обогатить нас большим количеством возможностей для творческих изысканий в космологии. Нельзя исключать того, что наблюдаемая часть Вселенной (левосторонняя ипостась) находится в состоянии вращения (модель К. Гёделя [76, с. 447–459]), в результате чего Метагалактика испытывает расширение в процессе вращательного движения. Физический вакуум в таком случае мог бы оказаться той, подверженной влиянию со стороны Метагалактики, средой, по состоянию которой удалось бы судить о наличии или отсутствии метагалактического вращения. Я полагаю, что гипотеза об асимметричном вакууме служит одновременно и гипотезой о вращении Метагалактики. В самом деле, в официальной космологической модели Вселенной начало и ход времени соотносят соответственно с начальной (сингулярной) точкой мироздания (Big Bang) и поэтапным расширением Вселенной. Но вполне понятно, что это предельно упрощённое, примитивное представление о времени. Если Вселенная, как теперь уже полагают, возникает из физического вакуума, то, естественно, должен возникнуть вопрос: находится ли физический вакуум во власти времени. Было бы просто нелепо отрицать, что в вакууме нет движения. Но можно ли мыслить движение вне времени? Некоторые физики и философы на данный вопрос отвечают так, что физический вакуум находится в состоянии абсолютного хаоса, поэтому в нём нет упорядоченных событий. А раз нет упорядоченных событий, то нет и времени.

Но представление об абсолютном хаосе (с наличием абсолютной симметрии) не совместимо с гипотезой об асимметрии вакуумной среды. К тому же квантово-физические факты, такие как лэмбовский сдвиг, наблюдаемый в спектре атома водорода, свидетельствуют о том, что под воздействием вакуумных флюктуаций (нулевых колебаний осцилляторов) потенциальная энергия электрона в атоме повышается. Следовательно, воздействие вакуума на атом водорода или другие возбуждённые атомы оказывается антиэнтропийным. Почему же вакуумный хаос не хаотизирует атомные системы? Осмысленный ответ на этот вопрос может быть только один: в вакууме имеют место процессы, характеризуемые как понижением, так и повышением энтропии. Вот с ними и связано течение времени. Время нас нигде не оставляет.

Мы говорим о космологии, и следовательно, должны учитывать эмпирически установленную

Э. Хабблом закономерность, получившую название закона красного смещения в спектрах далёких галактик и их скоплений. В чём суть этого закона и может ли он быть согласованным с двухипостасным представлением о Вселенной? При разъяснении открытой Хабблом закономерности он опирался на эйнштейновско-фридмановскую *теоретическую* модель Вселенной и использовал присущую ей терминологию. Поэтому термин «Метагалактика» был у него подменён термином «Вселенная», что просматривается в его рассуждениях. Он писал: «Вполне удовлетворительная интерпретация красного смещения является вопросом большой важности, ибо отношение "скорость–расстояние" есть свойство наблюдаемой области в качестве целого. Другое и единственное свойство, что нам известно, есть однородное распределение галактик. В таком случае наблюдаемая область является нашим образцом Вселенной. И если образец неплохой, наблюдаемые характеристики определяют физическую природу Вселенной как целого» [77, с. 288]. Поскольку, добавляет он далее, наблюдаемая часть Вселенной выглядит однородной в отношении пространственного распределения галактик, мы можем применить принцип однородности и допустить, что любая другая равная часть Вселенной, выбранная наугад, будет во многом такой же, как наблюдаемая нами» [77, с. 288–289].

Принцип однородности, о котором говорит здесь Хаббл, получил название космологического принципа. Были сделаны попытки, сообщает он, установить, какие типы вселенных разрешаются, для нашего понимания, этим принципом вместе с принципом общей относительности и другими общими законами природы. И было найдено, что такие вселенные оказываются неустойчивыми; они должны расширяться или сжиматься. «Теория не предсказывает ни направления, ни скорости изменения, и в этом пункте теоретики обращаются к наблюдаемому закону красного смещения. Этот закон был интерпретирован как доказательство того, что Вселенная расширяется и расширяется быстро. Так возникли различные модели однородных расширяющихся вселенных общей относительности» [77, с. 290].

В какой мере космологический принцип (свойство однородности и изотропности) может быть экстраполирован на всю Метагалактику, это станет ясно из дальнейших астрофизических наблюдений. Но иначе обстоит дело с законом красного смещения. Вначале многим физикам, астрофизикам и космологам казалось, что феномен красного смещения можно объяснить доплеровским эффектом. Такое объяснение считалось как бы само собой разумеющимся. (Так, в учебнике Л.Д. Ландау и Е.М. Лифшица находим такое замечание: «Истолковав это смещение как доплеровское, мы приходим к заключению о “разбегании” галактик, т.е. о том, что в настоящее время Вселенная расширяется» [78, с. 444]). Однако после того, как было осознано, что доплеровское истолкование красного смещения является ложным, его стали соотносить просто с масштабным фактором, зависящим от времени, которое привносится в теорию откуда-то извне. Это мы находим в релятивистской теории гравитации А.А. Логунова [79, с. 126–131], в которой феномен красного смещения объясняется изменением интенсивности гравитационного поля. То же самое, по сути дела, мы находим во всех других вариантах релятивистской теории гравитации. (Для примера можно ещё сослаться на книгу Г.С. Бисноватого-Когана «Релятивистская астрофизика и физическая космология» [78], где тот же феномен соотносится (объясняется) с процессом адиабатического расширения Вселенной.)

Но как бы там ни было, почти вся совокупность этих объяснений сводится к единству в том отношении, что в них признаётся законной экстраполяция, посредством которой устанавливается существование космологического горизонта. В таком случае возникает вопрос: что находится за линией этого горизонта? Мы предполагаем, что линия космологического горизонта есть линия предельного перехода от Метагалактики к физическому вакууму. Метагалактика и запредельная реальность объединяются между собой, согласно принципу перманентности (принципу соразмерности, как раньше его называл Н. Коперник) единым (историческим) временем.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Для того чтобы выполнить поставленную в данной монографии задачу – продвинуться в поисках единства философского и физико-математического творчества – автор взял в качестве образца философское творчество Хайдеггера, его фундаментальную онтологию. Такой выбор сделан неслучайно. К этой онтологии вплотную подводили исследования, направленные на поиск оснований математики. В основаниях математики, т.е. в теоретико-множественном её обосновании, был обнаружен математический аналог хайдеггеровского Ничто. Речь идёт о пустом множестве. Конечно, надо было эту аналогию распознать и посмотреть, какие выводы из неё можно извлечь.

Что было сделано в этом отношении автором? Прежде всего было доказано, что парадоксальный математический объект, именуемый пустым множеством, или классом, удовлетворяет введённому математиками критерию существования. Конкретно статус его существования определяется логическим квантором существования $\exists$, наличие которого появляется в результате разрешения известной антиномии Рассела. (Методика обращения с ней (строгий логический вывод и способ устранения противоречия) представлена в монографии [65].) Далее сформулировано положение, согласно которому движение или, точнее сказать, изменение находит выражение на математическом языке как *переход* от антиномии (противоречия) к результату её разрешения. Изменение не есть антиномическое «терзание», оно даётся в единстве самой антиномии и результата её разрешения, который представлен утверждением о существовании пустого множества. Но тут ещё недостаёт одного звена, которое соединило бы математический универсум с фундаментальной онтологией Хайдеггера. Дело в том, что математическая модель *движения* или *изменения* не позволяет нам напрямую сослаться на историческое время, которое фигурирует в фундаментальной онтологии. Восполнение этого пробела было отнесено нами к заключительному резюме с тем, чтобы внести дополнительную ясность в вопрос о единстве двух, дополняющих друг друга, подходов к временному аспекту творчества.

Напомним, что историческое (экзистенциальное) время Хайдеггер заимствует из временности вот-бытия (Dasein). В его аналитике вот-бытия фигурирует понятие *забота*. В это понятие включается самопроектирование *Dasein'a*, его временной характер, направленность на будущее. Данное самопроектирование обусловлено тем, что в вот-бытии наличествуют два неизбежных элемента: бытие к началу и бытие к концу (чисто по-человечески: рождение и смерть). («Никто не может отнять у другого его смерти» – говорит Хайдеггер [81, с. 240]). Бытие к концу есть направленность на *будущее*, вследствие чего Dasein и обретает временной характер. Так, представляется то первоначальное время, которое уже служит основанием исторического времени вообще. Историческое время оказывается, таким образом, столь же экзистенциальным по своей сущности, как и вот-бытие. Хайдеггер пишет, что тогда как действительное первоначальное время обнаруживает себя из будущего, вульгарное понимание времени живёт на основании настоящего. Такое понимание видит основной феномен времени в *теперь*, а «именно в урезанном относительно своей полной структуры, чистом теперь, называемом “современностью”» [81, с. 427]. Вульгарное понимание времени приводит к представлению о механически-нивелированном времени без начала и конца. Но такое представление возникает в результате абстрактного упрощения, выхолащивания экзистенциального смысла исторического времени.

С нашей стороны подход к понятию экзистенциально-историческоuj времени реализуется с учётом понимания того, что для введения в философский дискурс этого понятия недостаточно указать на наличие движения. Ведь бытует, скажем, такое представление о физическом вакууме, при котором вакууму приписывают наличие в нём движения, но отрицают наличие времени (на что уже было указано выше). Отрицают на том основании, что в вакууме якобы царит абсолютный хаос, из-за чего нельзя выделить упорядоченную по времени цепь каких-либо событий. А в нашем случае антиномического представления движения времени как такового не просматривается. Оно занимает отстранённое положение по отношению к движению. Так что приходится изыскивать метод ликвидации данной отстранённости. Такой метод найден, он состоит в обращении к другой антиномии, известной с античных времён как парадокс, сформулированный Эвбулидом и получивший название Лжец.

Нетрудно понять, что парадокс Эвбулида имеет экзистенциальный характер. Он авторефлексивен в том смысле, в каком мы говорим об авторефлексивности антиномии Рассела (самоотнесение с отрицанием). Но в отличие от расселовской антиномии, в которой фигурируют обычные высказывания, или суждения, описывающие антиномический объект, в парадоксе *Лжеца* мы имеем дело не только с содержанием высказывания, или суждения, но и с *актом* его *произнесения*. А за актом суждения стоит *субъект* (я, ты или он), который его произносит. Этот субъект есть человеческая личность, от которой мы ничего другого не слышим, кроме высказывания: «это высказывание ложно». Иметь дело с человеческой личностью, значит, иметь дело с тем, что Хайдеггер именует вот-бытием.

Способ разрешения эвбулидовского парадокса подробно расписан в работе [82], и здесь нет нужды его заново излагать. Отметим только следующие обстоятельства, имеющие прямое отношение к экзистенции времени. Для разрешения парадокса Эвбулида привлекается Воображаемая (паранепротиворечивая) логика Н.А. Васильева. Это – трёхвалентная логика, в которой не требуется обязательное следование закону исключённого третьего. На место закона исключённого третьего логика Васильева ставит закон исключённого четвёртого вместе с принципом абсолютного различия между истиной и ложью. Принцип абсолютного различия между истиной и ложью есть частный случай (следствие) более общего, православно-конфессионального, принципа абсолютного различия между добром и злом, истиной и ложью, красотой и безобразием. В рамках этого принципа снимается абсолют в различии бытия и небытия человека. На гамлетовский вопрос «быть или не быть» (to be or not to be) логика Васильева даёт антиномический ответ «быть и не быть». А если мы отождествляем себя с хайдеггеровским Dasein, то ответ на вопрос «быть или не быть» переводится в ответ на другой вопрос: оставаться или не оставаться нам во времени? Эта дилемма разрешается в зависимости от отношения имярек к принципу абсолютного различия между добром и злом, т.е. от его нравственной (или безнравственной) жизненной позиции.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Шеллинг Ф.В.Й.* Идеи к философии природы как введение в изучение этой науки. СПб.: Наука, 1998.

2. *Гулыга А.* Шеллинг. М.: Молодая гвардия, 1982.

3. *Хайдеггер М.* Время и бытие. М.: Республика, 1993.

4. *Лурия А.* Маленькая книжка о большой памяти. М., 1979.

5. *Хайдеггер М.* Гераклит.

6. *Хайдеггер М.* Парменид. СПб.: Владимир Даль, 2009.

7. *Хайдеггер М.* Вопрос о технике // Время и бытие. М.: Республика, 1993.

8. *Heidegger M.* Sein und Zeit. I, 1927.

9. *Хайдеггер М.* Цолликоновские семинары. Вильнюс: Европейский гуманитарный университет, 2012.

10. *Шредингер Э.* Разум и материя. М.; Ижевск, 2000.

11. *Вернадский В.И.* Живое вещество и биосфера. М., 1994.

12. Мыслители Отечества. Подолинский Сергей Андреевич. М.: Ноосфера, 1991.

13. *Антипенко Л.Г.* Глобально-экологическая идея эквивалентного обмена с природой // Универсальный эволюционизм и глобальные проблемы. М.: Институт философии РАН, 2007.

14. Математический энциклопедический словарь. М.: Советская энциклопедия, 1988.

15. Гоёне Вронский и его учение о философии математики // Биографии знаменитых математиков XIX столетия. Вып. 3 / Собрал В.В. Бобынин. М., 1894.

16. *Landur L.* Exposition abrégé de la philosophie absolue de Hoëne Wronski. Paris, 1857.

17. D'arsy Ph. Wronski: Une philosophie de la creation. Paris, 1870.

18. *Nagin, Paul J.* An Imaginary Tale (The Story of $\sqrt{-1}$). Princeton, New Jersey, 1988.

19. *Бергсон, А.* Творческая эволюция. М., 1909 (перевод с третьего французского издания).

20. Новые идеи в математике. Сборник шестой: Учение о множествах Георга Кантора. 1. СПб., 1914.

21. *Лузин Н.Н.* Собр. соч. Т. II: Дескриптивная теория множеств. М., 1958.

22. *Каганов М.И., Любарский Г.Я.* Абстракции в математике и физике. М.: Физматлит, 2005.

23. *Лузин Н.Н.* http://iph.ras.ru/page54195606.htm

24. *Успенский В.А.* Нестандартный, или неархимедов, анализ // Математика, кибернетика. 1983/8. М., 1983.

25. *Успенский В.А.* Что такое нестандартный анализ?

26. *Яненко Н.Н.* Методологические проблемы современной математики // Вопросы философии. 1981. № 8.

27. *Gödel, K.* What is continuum problem? // Philosophy of Mathematics (Selected readings). New York, 1964.

28. *Gödel K.* On formally undecidable propositions of the Principia Mathematica and related systems // In: The undecidable. Hewlett (N.Y.), 1965.

29. *Рузавин Г.И.* Философские проблемы оснований математики. М.: Наука, 1983.

30. *Клини Стефен К.* Введение в метаматематику. М.: ИЛ, 1957.

31. *Вригт Г.Х. фон.* Логика и философия в XX веке // Вопросы философии. 1992. № 8.

32. *Васильев Н.А.* Воображаемая логика // Избранные труды. М.: Наука, 1989.

33. *Brouwer L.E.J.* Collected works (ed. by A. Heyting). Vol. 1. Amsterdam; Oxford, 1975.

34. *Гейтинг А.* Обзор исследований по основаниям математики (Интуиционизм – теория доказательства). М.; Л.: Онти НКТП СССР, 1936.

35. *Антипенко Л.Г.* Проблема неполноты теории и её гносеологическое значение. М.: Наука, 1986.

36. *Лузин Н.Н.* Современное состояние функций действительного переменного. М.; Л.: ГТТИ, 1933.

37. *Манин Ю.И.* Проблема континуума // Современные проблемы математики. Т. 5. М., 1975.

38. *Bochen'ski J.M.* A History of Formal Logic. New York, 1970.

39. Alfred North Whitehead and Bertrand Russell. Principia Mathematica. Vol. I. Cambridge University Press, London, 1910.

40. *Hao Wang.* From Mathematics to Philosophy. London, 1974.

41. *Серрюс, Ш.* Опыт исследования значения логики. М., 1948.

42. *Котельников А.П.* Принцип относительности и геометрия Лобачевского. Казань, 1927.

43. *Клейн Ф.* О так называемой не-евклидовой геометрии // Об основаниях геометрии. М., 1956.

44. *Норден А.П.* Геометрические идеи Лобачевского // Н.И. Лобачевский. Три сочинения по геометрии. М.: Гостехиздат, 1956.

45. *Лобачевский Н.И.* Полн. собр. соч.: В 5 т. М.; Л.: Гостехиздат, 1946–1951.

46. *Лобачевский Н.И.* Три сочинения по геометрии. М.: Гостехиздат, 1956.

47. *Борн, М.* Атомная физика. М.: Мир, 1970.

48. *Дирак П.А.М.* Принципы квантовой механики. М.: Физматгиз, 1958.

49. *Пенроуз Р.* Путь к реальности, или Законы, управляющие вселенной. М.; Ижевск, 2007.

50. *Антипенко Л.Г.* Спиноры в современной квантовой физике: Опыт нелинейного стиля мышления // Современные технологии: Философско-методологические проблемы. М.: Институт философии, 2010.

51. *Нейман И. фон.* Математические основы квантовой механики: Пер. с немецкого М.К. Поливанова и Б.М. Степанова / Под ред. акад. Н.Н. Боголюбова. М.: Наука, 1964.

52. Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften Band XXXVIII Mathematischen Grundlagen der Quantenmechanik v. Johann Neumann. Berlin, Verlag von Julius Springer, 1932

53. *Дирак, П. А. М.* Собр. науч. трудов. Т. III. М.: Физматгиз, 2004.

54. *Гриб А.* Концепции современного естествознания. М.: Бином. Лаборатория знаний, 2003.

55. *Гейзенберг В.* Физика и философия. Часть и целое. М., 1989.

56. *Гейзенберг В.* О Платоне и платонизме // Платон-математик. М.: Голос, 2011.

57. *Бриллюэн Л.* Термодинамика, статистика, информация // Успехи физических наук. Т. LXXVII. Вып. 2. 1962.

58. *Флоренский, П.* Мнимости в геометрии: Расширение области двухмерных образов геометрии. 2-е изд. М.: Лазурь, 1991.

59. *Браун Дж. Р.* Может ли математика объяснять? // Эпистемология и философия науки. Т. XIX. № 1. 2009.

60. Математический энциклопедический словарь. М.: Советская энциклопедия, 1988.

61. *Ефимов Н.В.* Высшая геометрия. М.: Физматгиз, 1961.

62. *Антипенко Л.Г.* Проблема физико-математического описания двойственной структуры времени // Тезисы Второй международной конференции 28–30 мая 2009 г. М.: МАКС Пресс, 2009.

63. *Хайдеггер, М.* Введение в метафизику. СПб.: Высшая религиозно-философская школа, 1997.

64. *Хайдеггер, М.* Что зовётся мышлением? М.: Изд. дом «Территория будущего», 2006.

65. *Антипенко Л.Г.* Проблема неполноты теории и её гносеологическое значение. М.: Наука, 1986.

66. *Russell B.* The Principles of Mathematics. London, 1937.

67. *Russell B., Whitehead N.* Principia Mathematica. Vol. I. London, 1910.

68. *Ulam S.M.* Physics for Mathematics // AIP Conference Proceedings № 28. Physics and Our World: A Symposium in Honor of Victor F. Weisskopf. American Institute of Physics. N.Y., 1976.

69. *Хайдеггер, М.* Основные понятия метафизики (мир – конечность – одиночество). СПб.: Владимир Даль, 2013.

70. *Lee T.D.* A Possible New Form of Matter at High Density // AIP Conference Proceedings № 28. Physics and Our World: A Symposium in Honor of Victor F. Weisskopf. American Institute of Physics. N.Y., 1976.

71. *Вильчек Ф.* Космическая асимметрия между материей и антиматерией // УФН. Т. 136, вып.1, январь 1982.

72. *Антипенко Л.Г.* Хайдеггер и современная космология // Космология, физика, культура. М.: Институт философии РАН, 2011.

73. *Священник Павел Флоренский.* Соч.: В 4 т. Т. 3 (1). М.: Мысль, 1999.

74. *Гегель.* Соч. Т. 8. М.; Л., 1935.

75. *Стрингер С., Дейч Г.* Правый мозг, левый мозг. М.: Мир, 1983.

76. *Gödel K.* An Example of a New Type of Cosmological Solutions of Einstein's Field Equations of Gravitation // Reviews modern physics. Vol. 21, Nr 3/ 1949.

77. *Hubble Edvin P.* The Realm of the Nebulae, 1936.

78. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теория поля. 5-е изд. М.: Наука, 1967.

79. *Логунов А.А.* Релятивистская теория гравитации. М.: Наука, 2006.

80. *Бисноватый-Коган Г.С.* Релятивистская астрофизика и физическая космология. М.: КРАСАНД, 2010.

81. *Heidegger M.* Sein und Zeit. I. Tübingen, 1927.

82. *Антипенко Л.Г.* П.А. Флоренский о логическом и символическом аспектах научно-философского мышления. М.: Канон+ РООИ «Реабилитация», 2012.

83. Техническая энциклопедия. М.: АО «Советская энциклопедия» (1927–1934), т. XXI.

84. *Антипенко Л.Г.* Павел Флоренский: Штрихи творческой жизни // Русская мысль. 1993. № 1–2.

85. *Гейзенберг В.* Шаги за горизонт. М.: Прогресс, 1987.

86. *Клейн Ф.* Элементарная математика с точки зрения высшей. Т. 2: геометрия. 2-е изд. М.: Наука, 1987.

ПРИЛОЖЕНИЯ

ПРИЛОЖЕНИЕ ПЕРВОЕ

Топологический дар квантовой физике

В этом приложении мы изложим специфику топологического взгляда на взаимоотношение пространственно-временного континуума и физического вакуума. Для этого нам придётся рассмотреть тот аспект топологии, который связан с нестандартным анализом и нестандартными числами.

Напоминаем, что топология есть раздел математики, имеющий своим назначением выяснение, исследование и представление (на математическом языке) идеи непрерывности. Интуитивно идея непрерывности выражает коренное свойство пространства и времени и имеет, следовательно, фундаментальное значение для познания. Конкретнее говоря, предметом топологии является исследование свойств фигур и их взаимного расположения, сохраняющихся при гомеоморфизмах. Гомеоморфизмом называется особый вид взаимоотношения между топологическими пространствами. Два топологических пространства называются гомеоморфными, если существует взаимно однозначное непрерывное отображение одного из них на другое, для которого обратное отображение тоже непрерывно. Такое отображение и называется гомеоморфным. (Для примера: любой круг гомеоморфен любому квадрату, при этом и круг, и квадрат суть топологические пространства.)

Топологию можно квалифицировать как разновидность геометрии. Нас интересует геометрический аспект топологии в том плане, который предполагает переход к континууму посредством введения в рассмотрение трансфинитных чисел. Нас интересует вопрос о двух типах топологических пространств – о пространстве хаусдорфовом, или отделимом, и пространстве неотделимом (не-хаусдорфовом). Наиболее простой и наглядный способ решения этих вопросов даётся посредством использования языка нестандартного анализа [1].

Не-стандартный математический анализ оперирует не-канторовскими бесконечно большими числами, посредством которых вводятся числа бесконечной малости. Множество натуральных чисел расширяется за счёт подключения к нему ранее незнакомых объектов со свойствами, в некотором смысле, близкими к свойствам натуральных чисел. Конкретнее говоря, множество натуральных чисел дополняется некоторым числом c таким, что от него может быть образован ряд чисел

$$c+1, c+2, c+3, \ldots, c+n, \ldots, \tag{1}$$

а само оно удовлетворяет соотношениям:

$$c>1, c>2, c>3, \ldots, c>n, \ldots \tag{2}$$

Все числа последовательности (2) являются бесконечно большими. Их называют гипернатуральными числами. Они отличаются от трансфинитных чисел, введённых в теорию множеств Кантором, и позволяют совершить наиболее естественным образом переход к не-архимедову (не-стандартному) математическому анализу [1, с. 63–79].

Принципиальный момент не-стандартного анализа состоит в том, что бесконечно малые рассматриваются в нём не как переменные величины, сколь угодно мало отличающиеся от нуля (или сколь угодно близко к нему приближающиеся), а как величины постоянные. Если $\varepsilon > 0$ – одна из таких бесконечно малых, то складывая число ε с самим собой, можно получать другие числа ε, $\varepsilon + \varepsilon$, $\varepsilon + \varepsilon + \varepsilon$ и т.д., и каждое из них будет меньше единицы. (Из этого ясно, почему в не-стандартном анализе и в неархимедовой геометрии не выполняется постулат Архимеда.)

Можно постулировать существование актуально бесконечно малых, и тогда существование чисел бесконечно больших будет следствием данного постулата. Но можно исходить из постулата о существовании чисел бесконечно больших. Этот ход математической мысли является более предпочтительным, так как постулат о существовании бесконечно больших чисел, вообще говоря, является следствием гёделевых теорем о неполноте. Бесконечно большое число c предстаёт как число, обратное s; оно всегда больше любой конечной суммы единиц:

$$1 < \frac{1}{\varepsilon},\ 1+1 < \frac{1}{\varepsilon},\ 1+1+1 < \frac{1}{\varepsilon},\ \ldots \qquad (3)$$

Определяемые таким образом бесконечно большие и бесконечно малые числа называются нестандартными в отличие от обычных стандартных действительных чисел. К их множеству, с некоторыми оговорками, применимы, согласно принципу переноса, все законы обычных алгебраических операций – сложения, вычитания, умножения, деления и т.д. Расширенное за счёт новых чисел поле действительных чисел называется полем *гипердействительных* чисел. Понятием гипердействительного числа объединяются в таком случае числа стандартные и нестандартные, причём гипердействительные числа, не являющиеся бесконечно большими, называются конечными. К последним относятся как числа стандартные, так и нестандартные. Если учесть, что 0 удовлетворяет определению числа бесконечной малости, то каждое конечное гипердействительное число a можно выразить в виде суммы $b+\varepsilon$, где b – стандартное число, а ε – бесконечно малое. Число b называется стандартной частью конечного гипердействительного числа a, что записывается так:

$$b = st(a). \tag{4}$$

Как уже выше было сказано, гипердействительные числа позволяют наглядно и просто интерпретировать такие интересующие нас свойства, как свойства *отделимости* и *неотделимости* топологических пространств вообще и свойства геометрических объектов, в частности геодезических и мировых линий обычного трёхмерного пространства и четырёхмерного пространства-времени.

Определение топологического пространства выглядит так. Пусть задано некоторое множество *X*. Назовём его элементы *точками,* а само *X* – пространством. Пусть далее, помимо *X*, задано некоторое семейство **T** множеств, элементы которого суть подмножества *X*. И пусть, далее, семейство **T** обладает такими свойствами:

(а) объединение любого числа множеств из **T** принадлежит **T**;

(б) пересечение любого конечного числа множеств из **T** принадлежит **T**;

(в) пустое множество 0 и всё пространство *X* принадлежат **T**.

В таком случае говорят, что на множестве *X* задана топология **T**; пару <*X*, **T**> (или более вольно, само *X*, лишь подразумевая присутствие **T**) называют *топологическим пространством,* а подмножества *X*, входящие в Т, – открытыми подмножествами топологического пространства <*X*, **T**> [1, с. 80].

Любая точка открытого множества является внутренней, т.е. имеет окрестность, целиком содержащуюся в открытом множестве. Это – столь важная характеристика открытого множества, что его можно определить как множество, все точки которого суть внутренние. Например, введение естественной топологии на геометрической плоскости сводится к заданию такого множества точек на плоскости, которое удовлетворяет критерию внутренней точки. Конкретное же определение внутренней точки здесь таково.

Точка x называется внутренней точкой (плоскостного) множества A, если найдётся такое $\delta > 0$, что круг с центром в точке x радиуса δ целиком входит в A. Аналогичным образом вводится естественная топология в многообразии точек трёхмерного (физического) пространства, где вместо круга с центром в точке x радиуса δ рассматривается соответствующая сфера. То же самое мы можем сказать о множестве точек мировых линий в четырёхмерном пространстве-времени Минковского.

Понятия отделимости и неотделимости вводятся следующим образом. Пространство X называется *хаусдорфовым,* или *отделимым,* если для любых различных точек x и y существуют непересекающиеся открытые множества U и V, содержащие соответственно точки x и y. Иначе говоря, пространство X является отделимым по определению, если для любых его произвольных точек x и y можно указать такие их окрестности, которые не имеют общих точек.

Большинство топологических пространств, встречающихся в математической практике, как указывает В. А. Успенский, оказываются хаусдорфовыми. Не-хаусдорфовы пространства весьма необычны по своим свойствам [1, с. 82–83]. Математически строгое описание данного феномена в терминах не-стандартного анализа проясняет суть дела. Центральным моментом в описании служит понятие отношения близости точек друг к другу.

Два гипердействительных числа на числовой оси называются *бесконечно близкими,* если их разность бесконечно мала. Из свойств бесконечно малых следует, что отношение бесконечной близости есть отношение эквивалентности, что оно рефлексивно (каждое x бесконечно близко самому себе), симметрично (если x бесконечно близко к y, то y бесконечно близко к x) и транзитивно (если x бесконечно близко к y, а y бесконечно близко к z, то x бесконечно близко к z). Как известно, всякое отношение эквивалентности разбивает множество, на котором оно задано, на попарно непересекающиеся классы, причём любые два элемента разных классов не эквивалентны. В нашем случае отношение близости разбивает числовую ось гипердействительных чисел на непересекающиеся классы такие, что элементы каждого из классов бесконечно близки друг другу, а элементы из разных классов – нет. Классы, содержащие стандартные действительные числа, называются *монадами.*

В терминах монад критерий отделимости топологического пространства формулируется следующим образом с учётом того, что гипердействительные числа ассоциируются с точками. Пространство X отделимо тогда, и только тогда, когда в его нестандартном расширении монады двух стандартных точек не пересекаются. «Другими словами, – указывает В. А. Успенский, – отделимость пространства означает, что не существует (возможно, нестандартной) точки, которая была бы бесконечно близка к двум различным стандартным точкам» [1, с. 90]. О понятии нестандартного расширения топологического пространства мы получаем представление на основе превращения числовой оси действительных чисел в числовую ось гипердействительных чисел. Успенский утверждает, что все так называемые метризуемые пространства являются хаусдорфовыми[1, с. 82–83]. Метризуемость пространства выступает в таком случае как достаточное условие его отделимости.

В книге Успенского название заключительного параграфа представлено в виде вопроса: «Существуют ли гипердействительные числа «на самом деле»?» Отвечая на данный вопрос, он указывает, что модель гипердействительных чисел есть средство возможного описания того, что имеет место в действительности. Быть может, пишет он, во многих случаях вообще нецелесообразно спрашивать, которая из данной совокупности моделей (скажем, из двух – действительных и гипердействительных чисел) лучше описывает физическую действительность. «По-видимому, разумно принимать *принцип множественности моделей* и считать, что действительность описывается сразу целой совокупностью математических моделей, частично противоречащих друг другу» [1, с. 119].

К этому высказыванию нам хотелось бы добавить следующее. Особое удовлетворение математик и физик получают тогда, когда математическая модель находит физическую интерпретацию и тем самым служит инструментом открытия новых физических и естественнонаучных законов. Нам представляется, что модель не-отделимого топологического пространства пригодна для описания структуры физического вакуума. В самом деле, никто не станет оспаривать тот физико-математический факт, что структура физического вакуума является неметризуемой. С другой стороны, свойство неразделимости монад в данной структуре позволяет понять наличие мгновенных, несиловых связей между квантовыми объектами. Речь идёт, в общем-то, о передаче квантовой информации от одного объекта к другому [2].

ЛИТЕРАТУРА

1. *Успенский В.А.* Что такое нестандартный анализ? М.: Наука, 1987.

2. Физика квантовой информации. М.: Постмаркет, 2002.

ПРИЛОЖЕНИЕ ВТОРОЕ

О физической интерпретации двуспинорного решения квантово-релятивистского уравнения Дирака

Мы называем двуспинорным, или полным, решение уравнения Дирака в том смысле, что односпинорное описание движения электрона, представленное самим Дираком, оказывается неполным описанием. Для полноты описания требуется снабдить его вторым спинором и объяснить, зачем он нужен.

Напомним снова о том, что операторы физических величин в решениях уравнения Дирака сочетаются с четырёхмерными матрицами. Эти матрицы позволяют учесть тот факт, что электрон обладает спином, а спин при движении электрона имеет две проекции на два направления, одно из которых совпадает с импульсом частицы, другое – противоположно импульсу. Тем самым определяется состояние движения электрона, называемое спинором. Для выражения спинора достаточно двухмерных матриц, которые получили название матриц Паули. В таком случае возникает вопрос, как быть с четырёхмерными матрицами. Что они описывают? Каков их физический смысл? Было ясно с самого начала, что четырёхмерные матрицы приводят к наличию двух спиноров. Сам Дирак попытался интерпретировать второй спинор как средство для описания движения античастицы электрона, т.е. позитрона. Однако впоследствии выяснилось, что такая интерпретация второго спинора является ошибочной. Р. Пенроуз по этому поводу заявил, что хотя число степеней свободы позитрона тоже скрывается в решениях уравнения Дирака, однако было бы ошибочно считать, что две компоненты уравнения Дирака, составляющие спинор, относятся к электрону, а две другие (т.е. второй спинор) – к позитрону [1, с. 526].

Таким вот образом встаёт задача выяснить, что же описывается вторым спинором. Большинство физиков, как правило, не утруждают себя решением этой задачи. Они просто именуют два наличные состояния движения электрона спиральностями – правой и левой, – и не проводят различия между ними. Однако, по нашему мнению, за различием спиральностей скрываются существенно разные состояния движения электрона (как и любого другого фермиона). Назовём, как это делает Пенроуз, один вариант решения общего уравнения «дираковским», второй – «антидираковским». В первом варианте оператор, совпадающий со своим собственным значением и представленным в виде произведения массы частицы, скорости света и мнимой единицы, подаётся со знаком плюс, во втором варианте – со знаком минус. Эти знаки меняют статус оператора времени. В одном случае соответствующая ему величина времени имеет вещественное значение, в другом – мнимое.

Поясним, что скрывается за этим физико-математическим фактом.

Полное решение уравнения Дирака достигается посредством рассмотрения взаимосвязи двух уравнений:

уравнения Шредингера

$$i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t}=H\psi \tag{1}$$

и уравнения релятивистской механики

$$E^2=p^2c^2+m^2c^4. \tag{2}$$

Уравнение Шредингера преобразуется в релятивистское уравнение таким образом, что оператор Гамильтона H соотносится с величиной энергии, выражаемой посредством уравнения (2). Как показал Пенроуз, получается более наглядный способ записи и полного решения уравнения, составленного Дираком, если ввести в рассмотрение элементы алгебры Клиффорда (играющие ту же роль, что и матрицы у Дирака). Опуская некоторые детали этой математической процедуры, мы просто отметим, что, согласно методу Пенроуза, в операторы соответствующих величин превращаются не только слагаемые, стоящие в правой части уравнения (2), но и производная по времени $\partial / \partial t$ от волновой функции, которая ставится в один алгебраический ряд с другими операторами. В результате вместо канонического уравнения Дирака устанавливается уравнение

$$(\partial^2 + m^2)\psi = 0, \qquad (3)$$

в котором символом ∂ обозначается сумма четырёх операторов (операторы составляющих импульса плюс оператор, равный производной по времени (величина c принимается равной единице)). Подход к его решению состоит в том, что сумма, стоящая в скобках, разлагается на два сомножителя

$$[(\partial + im)(\partial - im)]\psi = 0.$$

В таком случае уравнение

$$(\partial + im)\psi = 0 \qquad (4)$$

представляет собой сокращённую запись уравнения Дирака. Его решение даёт двухкомпонентную величину ψ_A, которую можно символически записать в виде

$$\psi_A = \psi_A(\psi_1, \psi_2).$$

Вот эта двухкомпонентная величина ψ_A называется спинором, поскольку её компонентами отображаются противоположные проекции спина электрона на направление движения. Так выглядит решение, полученное самим Дираком с использованием двухмерных матриц Паули. Понятно, что когда выполняется уравнение (4), должно выполняться также и уравнение (3). То же самое можно сказать и об уравнении

$$(\partial - im)\psi = 0, \qquad (5)$$

которое Пенроуз называет «антидираковским». При решении данного уравнения приходится учитывать то обстоятельство, что первое его слагаемое остаётся неизменным, равным такому же слагаемому в (4), но меняется знак второго слагаемого. Такая замена приводит к тому, что имеет место преобразование $\psi \to \overline{\psi}$ (операция комплексного сопряжения), и оператор времени меняет свой статус. К первому дираковскому спинору добавляется второй спинор, который Дирак пытался отнести к ведомству позитрона. Пенроуз, получивший данный результат, остановился перед задачей его интерпретации. Он обозначил соответствующие двум спинорам состояния движения частицы терминами «зиг» и «заг» [1, с. 532], а затем должен был объяснить, как так получается, что скорость движения электрона предстаёт в решении как скорость, равная скорости распространения света. Его аргументация по этому вопросу представляет интерес в том плане, что она почти вплотную подводит к правильной интерпретации спиноров.

Спинор, пишет Пенроуз, можно рассматривать как объект, на который элементы алгебры Клиффорда действуют как операторы. «В уравнении Дирака элементы Клиффорда действуют на волновую функцию ψ. Тогда сама функция должна быть спинором. Она обладает дополнительными степенями свободы… помимо зависимости от координат и времени, обычной для скалярной волновой функции, и эти дополнительные степени свободы действительно описывают спин электрона!» [1, с. 524]. Далее он указывает, что частица, движение которой описывается уравнением Дирака, имеет всего две компоненты спина, несмотря на то что у волновой функции имеются четыре компоненты. В *математическом* отношении причина этого расхождения тесно связана с тем фактом, что уравнение Дирака (4) является уравнением первого порядка, так что пространство его решений охватывает лишь половину решений волнового уравнения второго порядка (3). В физическом плане такой «подсчёт» решений уравнения Дирака, казалось бы, должен учитывать тот факт, что число степеней свободы античастицы электрона, а именно позитрона, также скрывается в решениях уравнения Дирака. «Однако было бы заблуждением считать, – пишет Пенроуз, – что две компоненты уравнения Дирака относятся к электрону, а две других – к позитрону…» [1, с. 526]. На самом деле, резюмирует автор, ситуация гораздо сложнее. «Гораздо сложнее» означает, что уравнение Дирака содержит оператор $\partial / \partial t$ (оператор берётся с мнимой единицей) в первой степени. А в уравнение (3) он входит в квадрате. Поэтому мы должны считаться с наличием двух комплексно сопряжённых операторов $i\partial / \partial t$ и $-i\partial / \partial t$, что соответствует двум состояниям движения, описываемым двумя комплексно сопряжёнными волновыми функциями.

Большинство физиков, как уже выше говорилось, вводят в рассмотрение чисто формально две дополнительные степени свободы электрона под названием левой и правой спиральности. Пенроуз попытался, было, дать им содержательную интерпретацию, введя в игру эти самые символы «зиг» и «заг». Он предположил, что под каждым из них надо понимать частицу, имеющую нулевую массу покоя и движущуюся со скоростью света. Но поскольку они как-то взаимодействуют между собой, то в результате их взаимодействия получается частица, уже обладающая отличной от нуля массой покоя. Усреднённое движение электрона теперь вроде должно характеризоваться скоростью, меньшей скорости света.

Недостаток интерпретации, предложенной Пенроузом, состоит в том, что в её рамках всё-таки нельзя толком объяснить, почему в обоих спинорах в качестве показателя скорости движения фигурирует скорость света c; нет объяснения, как она превращается в величину $v < c$. А вот предлагаемая нами интерпретация лишена этого недостатка, так как в этой интерпретации скорость света предстаёт как среднеквадратичная величина от двух других величин – «групповой» и фазовой скоростей движения электрона v и u: $c = \sqrt{vu}$. Один спинор, стало быть, соответствует состоянию движения частицы с досветовой скоростью (вещественное время), другой – соответствует состоянию движения, аналогичному движению со сверхсветовой скоростью (мнимое время).

Точно также двуспинором описывается и движение позитрона. Однако позитронный двуспинор отличается от электронного двуспинора и отличается не только тем, что электрические заряды частиц в одном и другом случае противоположны. При переходе от электронного двуспинора к позитронному имеет место изменение спиральностей: правая становится левой, и наоборот. Этот факт свидетельствует о том, что при полном решении уравнения Дирака мы получаем связку (сцепление) двух двуспиноров. Наличием этого сцепления определяется нулевое состояние электронно-позитронного квантового поля – физического вакуума. Если же сцепление спиноров разрушается, электрон и позитрон обретают состояние свободного движения в пространстве-времени мира Минковского. В учебниках по квантовой механике данный факт чаще всего интерпретируется иначе. Указывают, например, на наличие состояний движения частицы с положительной и отрицательной энергиями, причём подчёркивается, как это делает в своём учебнике А.С. Давыдов, что данные понятия имеют «условный смысл и удобны для описания процессов рождения и уничтожения пар частиц (например, электронов и позитронов)» [2, с. 249–251].

ЛИТЕРАТУРА

1. *Пенроуз Р.* Путь к реальности или законы, управляющие Вселенной. М.; Ижевск, 2007.
2. *Давыдов А.С.* Квантовая механика. М.: Физматгиз, 1963.

ПРИЛОЖЕНИЕ ТРЕТЬЕ

Тепловое излучение, формула Планка, физический вакуум

В популярной книге Манжита Кумара «Квант» (пер. с англ.) [1] первая глава озаглавлена «Революционер поневоле». Под *революционером поневоле* имеется в виду Макс Планк с его знаменитой формулой, ознаменованной открытием кванта действия h. «Революционер поневоле» в глазах многих физиков не до конца понимал сущность своего открытия. Кумар по этому поводу пишет так: «Постоянная h – этот тот “топор”, который “рубит” энергию на кванты, и Планк был первым, кто поднял его. Но для него квантование было лишь способом, с помощью которого воображаемые осцилляторы испускали и поглощали энергию. Планк не делил на порции величиной $h\nu$ саму энергию. Есть разница между открытием и осмыслением. Планк выполнил только действия, которые были необходимы для вывода формулы, хотя ему они не были понятны. Он квантовал только энергию осцилляторов, но, хотя это и следовало сделать, не энергию отдельного осциллятора» [1, с. 53].

Красиво сказано, только, читая Кумара, нельзя понять, чего же «не понимал» сам Планк. К вышеприведённому высказыванию Кумар добавляет: «Частично это было связано с тем, что Планк надеялся избавиться от кванта. Только гораздо позже он осознал далеко идущие последствия своих действий» [1, с. 53–54]. В другом месте Кумар напоминает, что с докладом о своём открытии Планк предстал перед Немецким физическим обществом 14 декабря 1900 года. В нём он выражал переполнявшую его радость открытия не одной, а сразу двух фундаментальных постоянных: постоянной k, которую он назвал постоянной Больцмана, и постоянной h – кванта действия. «Позднее эту константу физики назовут постоянной Планка. Обе эти константы неизменны и вечны. Это две абсолютные величины, описывающие природу» [1, с. 52]. После такой высокой оценки фактора двуединства констант k и h как в самой формуле Планка, так и во всей квантовой физике, Кумар, казалось бы, должен был разъяснить, почему одна из этих констант выпала в дальнейшем из поля зрения физиков. Из этого объяснения выяснилась бы причина «консерватизма» Планка. Но Кумар оставил этот вопрос в стороне.

А дело обстоит так. Когда Планк усовершенствовал модель абсолютно чёрного тела, наделив стенки полости осцилляторами, и пред ним встала задача найти распределение энергии по частотам излучения этих осцилляторов, он вынужден был использовать в своих расчётах статистические методы. Такие методы уже ранее были разработаны Максвеллом и Больцманом. Заимствуя у Больцмана понятие энтропии, он стал приписывать каждому осциллятору не только температуру, но и энтропию. Если, скажем, осциллятор получает порцию энергии dE, то вместе с этим прибавлением энергии ему придаётся энтропия

$$dS = dE/T. \qquad (1)$$

(Имеются в виду, конечно, средние значения энергии и энтропии в условиях, когда абсолютно чёрное тело находится в состоянии равновесия при температуре T.) Вот отсюда появляется отношение $h\nu/kT$, фигурирующее в планковской формуле

$$r(\nu,\, T) = \frac{2\pi\nu^2}{c^2}\frac{h\nu}{e^{h\nu/kT}-1}.$$

Здесь c – скорость света, h – постоянная Планка, k – постоянная Больцмана, T – абсолютная температура.

Кроме того, своеобразие осцилляторной модели Планка состоит в том, что в ней каждый дискретный уровень энергии оказывается кратным. Поэтому каждый осциллятор при скачкообразном понижении данного уровня энергии может испустить несколько одинаковых по величине квантов энергии. Физики чаще всего выражают эту мысль в виде следующей формулировки: при квантовании свободного бозонного поля каждой моде с вектором $\boldsymbol{k}$ и частотой $\omega(\boldsymbol{k})$ отвечает осциллятор, уровни которого суть

$$\mathrm{E}_{n_k} = \hbar\omega(k)(n_k + 1/2),$$

где n_k (=0, 1, 2, ...) – число квантов с импульсом $h\boldsymbol{k}$ и с энергией $\hbar\omega(\boldsymbol{k})$.

В основном состоянии бозонного (электромагнитного поля) кванты (фотоны) этого поля отсутствуют: $n_k = 0$. Однако энергия его оказывается отличной от нуля и равной $1/2\hbar\omega(\boldsymbol{k})$. Суммирование по всем модам даёт полную энергию

$$E_0 = 1/2\hbar\sum_k \omega(\boldsymbol{k}).$$

Эта расходящаяся величина порождает особого рода проблемы, связанные с необходимостью вводить процедуры перенормировок.

Основное состояние квантованного электромагнитного поля совпадает с физическим вакуумом. Обращаем внимание на тот физический факт, что осцилляция физического вакуума увеличивает потенциальную энергию, по наблюдению, в атоме водорода (лэмбовский сдвиг). Это возможно только при условии, что физический вакуум представляет собой среду с отрицательной (по шкале Кельвина) температурой. Гипотеза на этот счёт была сформулирована нами в работе [3]. Там было показано, что в самом представлении энергии в виде двух сомножителей – температуры и энтропии – уже открывается возможность того, что эти сомножители могут принимать, при определённых условиях, отрицательные значения. На эту возможность указывает и ряд других физиков (см., например, [2]).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Кумар М.* Квант. Эйнштейн, Бор и великий спор о природе реальности. М.: АСТ: Corpus, 2013.

2. сайт: http://alexandr4784.narod.ru/astros/0401_O.pdf

3. *Антипенко Л.Г.* К вопросу о создании новой Палаты весов и мер: Сверхметрическая идеология современной науки. М.: Век книги, 2002.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Аннотированный список книг издательства «Канон$^{+}$»
РООИ «Реабилитация» вы можете найти на сайте
http://www. kanonplus.ru
Заказать книги можно, отправив заявку по электронному адресу:
kanonplus@mail.ru

Монография

АНТИПЕНКО Л.Г.

Математический универсум Хайдеггера

Директор – *Божко Ю. В.*
Ответственный за выпуск – *Божко Ю. В.*
Компьютерная верстка – *Липницкая Е. Е.*
Корректор – *Филиппова И. К.*

Подписано в печать с готовых диапозитивов 06.01.2015.
Формат $84 \times 108^{1}/_{32}$. Бумага офсетная. Печать офсетная.
Усл. печ. л. 10,08. Уч.-изд. л. 6,6. Тираж 1000 экз. Заказ 44.

Издательство «Канон$^{+}$» РООИ «Реабилитация».
111672, Москва, ул. Городецкая, д. 8, корп. 3, кв. 28.
Тел./факс 8 (495) 702-04-57.
E-mail: kanonplus@mail.ru
Сайт: http://www. kanonplus.ru

Республиканское унитарное предприятие
«Издательство «Белорусский Дом печати».
Свидетельство о государственной регистрации издателя,
изготовителя, распространителя печатных изданий
№ 2/102 от 01.04.2014.
Пр. Независимости, 79, 220013, Минск, Республика Беларусь.

Л.Г. Антипенко –
кандидат философских наук, старший научный сотрудник Института философии Российской академии наук.

Мировоззренческий аспект проблематики, рассматриваемой в монографии, – фундаментальная онтология немецкого философа Мартина Хайдеггера (1889–1976). Это, по мнению автора данной книги, – высшее достижение философской мысли за все века развития любомудрия. От неё – благодатный свет постижения окружающей нас мировой реальности.

издательство
КАНОН-ПЛЮС

ISBN 978-5-88373-460-0

9 785883 734600